１．政策空間とプレイヤーの選好についての定義

（1）理想点

プレイヤーiにとって最も好ましい政策を理想点という.

$$U_i(x_i) > U_i(x),\ \text{for}\ \forall x \neq x_i, x \in X$$

（2）複数次元における効用関数の分割可能性

w 次元の政策空間における政策結果 x からプレイヤーが得る効用は,

$$u_i(x) = \sum_{j=1,\ldots,w} u_{ij}(x_j)$$

（3）厳密に単峰性の効用関数

二つの政策結果 x, y があるとして，t を 0 から 1 の任意の実数とすると,

$$\text{if}\ \ u_i(x) > u_i(y),$$
$$u_i[tx + (1-t)y] > u_i(y)$$

２．ゲームフォームの表記

ゲームフォームとは，以下の四点を示す.

（1）プレイヤー　$N = \{A, F, \ldots\}$

（2）行動プロファイル　$A = \times_i A_i, A_i = \{a_i\}$

（3）情報　$I = \times_i I_i, I_i = \{i_i\}$

（4）帰結関数　$\Phi : A \to \Omega, \Omega = \{\omega\}$

以下，ゲームフォームを示す場合，煩雑になるのを避けるため，完全完備情報の場合は（3）情報について示さない．不完全，あるいは不完備情報のみを示す.

３．命題の証明

＊プレイヤーのうち，議会については，P と本文では表記したが，この証明では F となっている．また，委員会については，本文中では CO と表記したが，この証明では C となっている．

２．２　権限配分の諸形態とその帰結

１．官庁（提案権）と本会議（決定権）

ゲームフォーム

$N = \{A, F\}$

$A_A = p_A \in X$

$A_F = \{a, r\}, a = accept, r = reject$

$\Omega = \{(p_A, a); (p_A, r)\}$

$$\Phi = \begin{cases} p_A \mid \Omega = (p_A, a) \\ x_0 \mid \Omega = (p_A, r) \end{cases}$$

命題2．2．1．官庁（提案権）と本会議（決定権）の政策選択ゲームにおけるサブゲーム完全均衡は，

$$\{s_A, s_F\} = \begin{cases} (-x_0, a), \text{if } \ -x_A < x_0 \le 0 \\ (x_0, a), \text{if } \ 0 < x_0 \le x_A \\ (x_A, a), \text{if } \ x_0 < -x_A, x_A < x_0 \end{cases}$$

（証明）

ステージ 2 での本会議の最適戦略は，

$$s_F = \begin{cases} a, \text{for } \ \forall p_A \in \{\min(-x_0, x_0), \max(-x_0, x_0)\} \\ r, \text{for } \ \forall p_A \notin \{\min(-x_0, x_0), \max(-x_0, x_0)\} \end{cases}$$

ステージ 1 で官庁は，ステージ 2 での上記の本会議の選択を推論しつつ，自己の効用極大化を図るように選択するので，最適戦略は，

$$s_A = \begin{cases} -x_0, \text{if } \ -x_A < x_0 \le 0 \\ x_0, \text{if } \ 0 < x_0 \le x_A \\ x_A, \text{if } \ x_0 < -x_A, x_A < x_0 \end{cases}$$

（証明終り）

２．官庁（提案権）と議会（修正提案権と決定権保持者）の政策選択ゲーム

ゲームフォーム

$N = \{A, F\}$
$A_A = p_A \in X$
$A_F = p_F \in X$
$\Omega = \{p_A \times p_F\}$
$$\Phi = \begin{cases} p_F \mid \Omega = (p_A \neq x_0, p_F) \\ x_0 \mid \Omega = (p_A = x_0, p_F) \end{cases}$$

命題2．2．2．官庁（提案権）と議会（修正提案権と決定権保持者）の政策選択ゲーム

$$\{s_A, s_F\} = \begin{cases} (0,0), \text{if } \ x_0 \leq 0, 2x_A \leq x_0 \\ (x_0, \varnothing), \text{if } \ 0 < x_0 < 2x_A \end{cases}$$

（証明）

ステージ2の議会の最適戦略は，$s_F = x_F (= 0), \text{for } \forall p_A$

ステージ1の官庁の最適戦略は，$s_A = \begin{cases} 0, \text{if } \ x_0 \leq 0, 2x_A \leq x_0 \\ x_0, \text{if } \ 0 < x_0 < 2x_A \end{cases}$

（証明終り）

3．官庁（提案権）と大臣（ゲートキーパー）と議会（決定権）による政策選択ゲーム
ゲームフォーム
$N = \{A, M, F\}$
$A_A = p_A \in X$
$A_M = \{o, c\}, o = open, c = close$
$A_F = \{a, r\}, a = accept, r = reject$
$\Omega = \{(p_A, o, a), (p_A, o, r), (p_A, c, a), (p_A, c, r)\}$
$$\Phi = \begin{cases} p_A, \text{ if } \ \Omega = (p_A, o, a) \\ x_0, \text{ otherwise} \end{cases}$$

命題2．2．3．官庁（提案権保持者）と大臣（ゲートキーパー）と議会（決定権者）の政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡は，

$$\{s_A, s_M, s_F\} =$$

$$\begin{cases} (x_0, c, a), \text{if } \ x_A \le x_0 < x_M \\ (2x_M - x_0, o, a), \text{if } \ x_A \le x_0, \dfrac{x_A + x_0}{2} \le x_M < x_0 \\ (x_A, o, a), \text{if } \ x_A \le x_0, x_A \le x_M < \dfrac{x_A + x_0}{2} \\ (x_0, c, a), \text{if } \ 0 \le x_0 < x_A, \forall x_M \in X \\ (x_A, o, a), \text{if } \ x_0 \le -x_A, x_M \ge \dfrac{x_A + x_0}{2} \\ (2x_M - x_0, o, a), \text{if } \ \left(x_0 \le -x_A \cap x_0 \le x_M < \dfrac{x_A + x_0}{2} \right) \cup (-x_A < x_0 < 0 \cap x_0 \le x_M \le 0) \\ (-x_0, o, a), \text{if } \ -x_A < x_0 < 0, x_M > 0 \\ (x_0, c, a), \text{if } \ x_M \le x_0 < 0 \end{cases}$$

（証明）

ステージ 3 での議会の最適戦略は，現状よりも官庁の提案が自分の理想点に近いならば承諾する．そうでなければ受け入れない．

$$s_F = \begin{cases} a, \text{ if } \ |p_A| \le |x_0| \\ r, \text{ if } \ |p_A| > |x_0| \end{cases}$$

ステージ 2 での大臣の最適戦略は，官庁の提案が自分の理想点に現状よりも近く，議会にとってもそうであるならば，門を開く．そうでなければ門を閉じる．

$$s_M = \begin{cases} o, \text{ if } \ (|x_M - x_0| \ge |x_M - p_A|) \cap (|p_A| \le |x_0|) \\ c, \text{ if } \ (|x_M - x_0| < |x_M - p_A|) \cup (|p_A| > |x_0|) \end{cases}$$

ステージ 1 での官庁の最適戦略は，大臣が門を開く範囲で最も自分の理想点に近い提案を行う．それが現状よりも自分の理想点から遠くなるなら政策変更を行わない．

$$s_A = \begin{cases} x_0, \text{if } \ x_A \le x_0 < x_M \\ 2x_M - x_0, \text{if } \ x_A \le x_0, \dfrac{x_A + x_0}{2} \le x_M < sq \\ x_A, \text{if } \ x_A \le x_0, x_A \le x_M < \dfrac{x_A + x_0}{2} \\ x_0, \text{if } \ 0 \le x_0 < x_A, \forall x_M \in X \\ \min\{2x_M - x_0, -x_0, x_A\}, \text{if } \ x_0 < 0, x_0 \le x_M < 0 \\ x_0, \text{if } \ x_M \le x_0 < 0 \end{cases}$$

（証明終り）

４．官庁（提案権保持者）と大臣（ゲートキーパー）と議会（修正提案権と決定権）による政策選択ゲーム

$$N = \{A, M, F\}$$
$$A_A = p_A \in X$$
$$A_M = \{s, r\}, s = submit, r = reject$$
$$A_F = p_F, p_F \in X$$
$$\Omega = \{(p_A, s, p_F), (p_A, r, \varnothing)\}$$
$$\Phi = \begin{cases} p_F, \text{if } \ \Omega = (p_A \neq x_0, s, p_F) \\ x_0, \text{otherwise} \end{cases}$$

命題2．2．4．官庁（提案権保持者）と大臣（ゲートキーパー）と議会（修正提案権と決定権）による政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡は,

$$\{s_A, s_M, s_F\} = \begin{cases} (0, o, 0), \text{if } \ 0 < 2x_A < 2x_M < x_0 \\ (x_0, c, 0), \text{if } \ 0 < 2x_A < x_0 \leq 2x_M \\ (x_0, c, 0), \text{if } \ 0 \leq x_0 \leq 2x_A, \forall x_M \in X \\ (0, o, 0), \text{if } \ 2x_M < x_0 < 0 \\ (x_0, c, 0), \text{if } \ x_0 \leq 2x_M < 0 \end{cases}$$

（証明）

ステージ3での議会の選択関数は，自分に順番が回ってくる限り，自分の理想点を実現するというものである．これ以外の選択を取るという約束は信用性がない．

$$s_F = x_F$$

ステージ 2 での大臣の選択関数は，ゲートを開くと議会の理想点が実現されることが予期できるので，現状と議会の理想点のどちらが自分にとって好ましいかを比較し，前者ならばゲートをとじ，後者ならばゲートをあける．

$$s_M = \begin{cases} s, \text{if } \ |x_M - x_0| \geq |x_M - x_F| \\ r, \text{if } \ |x_M - x_0| < |x_M - x_F| \end{cases}$$

ステージ1での官庁の戦略は，政策を変更すれば，議会の理想点が実現するので，現状と議会の理想点を比較し，前者が望ましければ，政策変更を試みない．後者が望ましければ，政策変更を開始する．ただし，官庁は議会の理想点を好むが，大臣が現状のほうを好む場合は，ゲートが閉じられるのがわかっているので最初から官庁は現状を変更しようとはしない．

$$s_A = \begin{cases} x_0, \text{if } \ 2x_A \leq x_0, \dfrac{x_0}{2} \leq x_M \\ 0, \text{if } \ 2x_A \leq x_0, x_M < \dfrac{x_0}{2} \\ x_0, \text{if } \ 0 \leq x_0 \leq 2x_A, \forall x_M \in X \\ 0, \text{if } \ x_0 < 0, \dfrac{x_0}{2} < x_M \\ x_0, \text{if } \ x_0 < 0, x_M \leq \dfrac{sq}{2} \end{cases}$$

（証明終り）

5．官庁（提案権と決定権）と大臣（拒否権のゲートキープ）と議会（拒否権）の政策選択ゲーム
ゲームフォーム

$$N=\{A,M,F\}$$
$$A_A=p_A,p_A\in X$$
$$A_M=\{o,c\},o=open,c=close$$
$$A_F=\{a,r\},a=accept,r=reject$$
$$\Omega=(p_A,o,a),(p_A,o,r),(p_A,c,a),(p_A,c,r)$$
$$\Phi=\begin{cases}x_0,\text{if }\ \Omega=(p_A,o,r)\\ p_A,\text{otherwise}\end{cases}$$

命題 2．2．5．官僚制（提案権と決定権）と大臣（拒否権のゲートキープ）と議会（拒否権）の政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡は,

$$\{s_A,s_M,s_F\}=\begin{cases}(x_A,c,a),\text{if }\ x_A\le x_0\\ (x_A,c,r),\text{if }\ 0\le x_0<x_A,\dfrac{x_A+x_0}{2}\le x_M\\ (2x_M-x_0,c,r),\text{if }\ 0\le x_0<x_A,x_0\le x_M<\dfrac{x_A+x_0}{2}\\ (x_0,c,a),\text{if }\ 0\le x_0,x_M<x_0\\ (-x_0,c,a),\text{if }\ x_0<0,x_M\le 0\\ (2x_M-x_0,c,r),\text{if }\ x_0<0,0<x_M\le\dfrac{x_A+x_0}{2}\\ (x_A,c,r),\text{if }\ x_0<0,\dfrac{x_A+x_0}{2}<x_M\\ (x_A,c,a),\text{if }\ x_0\le -x_A,\dfrac{x_0+x_A}{2}\le x_M\\ (x_A,o,a),\text{if }\ x_0\le -x_A,\dfrac{x_0+x_A}{2}>x_M\end{cases}$$

（証明）
ステージ 3 での議会の拒否権行使の最適戦略は，現状のほうが官庁提案よりも自分の理想点に近いならば拒否権を行使するというものであり，法治国家モデル 3 のステージ 3 の議会の最適戦略と同じになる．
ステージ 2 での大臣の拒否権のゲートの開閉の最適戦略は，現状のほうが官庁提案よりも自分の理想点に近く，かつ開門すれば議会が拒否権を行使する場合のみ，門を開くというものである．

$$s_M=\begin{cases}o,\text{if }\ (|x_0-x_M|<|p_A-x_M|)\cap(|p_A|\le|x_0|)\\ c,\text{if }\ (|x_0-x_M|\ge|p_A-x_M|)\cup(|p_A|>|x_0|)\end{cases}$$

ステージ 1 での官庁の提案と決定の最適戦略は,

$$
s_A = \begin{cases}
x_A, \text{if} \ \ x_A \le x_0 \\
x_A, \text{if} \ \ 0 \le x_0 < x_A, \dfrac{x_A + x_0}{2} \le x_M \\
2x_M - x_0, \text{if} \ \ 0 \le x_0 < x_A, x_0 \le x_M < \dfrac{x_A + x_0}{2} \\
x_0, \text{if} \ \ 0 \le x_0, x_M < x_0 \\
-x_0, \text{if} \ \ x_0 < 0, x_M \le 0 \\
2x_M - x_0, \text{if} \ \ x_0 < 0, 0 < x_M \le \dfrac{x_A + x_0}{2} \\
x_A, \text{if} \ \ x_0 < 0, \dfrac{x_A + x_0}{2} < x_M \\
x_A, \text{if} \ \ x_0 \le -x_A, \forall x_M \in X
\end{cases}
$$

（証明終り）

6．官庁（提案権と決定権）と大臣（拒否権のゲートキープ）と議会（拒否権と修正決定権）の政策選択ゲーム

ゲームフォーム

$N = \{A, M, F\}$

$A_A = p_A \in X$

$A_M = \{o, c\}, o = open, c = close$

$A_F = p_F \in X$

$\Omega = (p_A, o, p_F), (p_A, c, p_F)$

$$
\Phi = \begin{cases}
p_F, \text{if} \ \ \Omega = (p_A, o, p_F) \\
p_A, \text{if} \ \ \Omega = (p_A, c, p_F)
\end{cases}
$$

命題 2．2．6．官僚制（提案権と決定権）と大臣（拒否権のゲートキープ）と議会（拒否権と修正決定権）のサブゲーム完全均衡は，

$$
\{s_A, s_M, s_F\} = \begin{cases}
x_A, c, x_F \mid x_A \le 2x_M, \forall x_0 \in X \\
2x_M, c, x_F \mid 0 \le x_M \le \dfrac{x_A}{2}, (x_0 < 0) \cup (x_0 > 2x_A) \\
2x_M, c, x_F \mid x_M \ge \dfrac{x_0}{2}, 0 \le x_0 \le 2x_A \\
2x_M, c, x_F \mid x_M \ge x_A - \dfrac{x_0}{2}, 0 \le x_0 \le 2x_A \\
x_0, c, x_F \mid x_M < \dfrac{x_0}{2}, x_M < x_A - \dfrac{x_0}{2}, 0 \le x_0 \le 2x_A \\
x_F, c, x_F \mid x_M < 0, x_0 < 0 \\
x_0, o, x_F \mid x_M < 0, x_0 \ge 0 \\
x_F, c, x_F \mid x_M < 0, 2x_A < x_0
\end{cases}
$$

（証明）
ステージ 3 での議会の選択関数は，自分に順番が回ってくる限り，自分の理想点を実現するというものである． $s_F = x_F$

ステージ 2 での大臣の選択関数は，ゲートを開くと議会の理想点が実現されることが予期できるので，官庁の実施している政策と議会の理想点のどちらが自分にとって好ましいかを比較し，前者ならばゲートをとじ，後者ならばゲートをあける．これ以外の選択を取るという脅し（約束）は信用性を持たない．

$$s_M = \begin{cases} o, \text{if} \quad |x_M - p_A| \geq |x_M - x_F| \\ c, \text{if} \quad |x_M - p_A| < |x_M - x_F| \end{cases}$$

ステージ 1 での官庁の提案は次のようになる．

$$s_A = \begin{cases} x_A, \text{if} \quad x_A < 2x_M, \forall x_0 \in X \\ 2x_M, \text{if} \quad 0 \leq x_M \leq \dfrac{x_A}{2}, (x_0 < 0) \cup (x_0 > 2x_A) \\ 2x_M, \text{if} \quad x_M \geq \dfrac{x_0}{2}, 0 \leq x_0 \leq 2x_A \\ 2x_M, \text{if} \quad x_M \geq x_A - \dfrac{x_0}{2}, 0 \leq x_0 \leq 2x_A \\ x_0, \text{if} \quad x_M < \dfrac{x_0}{2}, x_M < x_A - \dfrac{x_0}{2}, 0 \leq x_0 \leq 2x_A \\ x_F, \text{if} \quad x_M < 0, x_0 < 0 \\ x_0, \text{if} \quad x_M < 0, 0 \leq x_0 \leq 2x_A \\ x_F, \text{if} \quad x_M < 0, 2x_A < x_0 \end{cases}$$

（証明終り）

7．官庁（提案権と決定権）と大臣（拒否権のゲートキープ 1）と委員会（ゲートキープ 2）と議会（拒否権と修正提案，決定権）

ゲームフォーム

$$N = \{A, M, C, F\}$$
$$A_A = p_A, p_A \in X$$
$$A_M = \{o, c\}, o = open, c = close$$
$$A_C = \{o, c\}, o = open, c = close$$
$$A_F = p_F, p_F \in X$$
$$\Omega = (p_A, o, o, p_F), (p_A, c, o, p_F), (p_A, o, c, p_F), (p_A, c, c, p_F)$$
$$\Phi = \begin{cases} p_F, \text{if} \quad \Omega = (p_A, o, o, p_F) \\ p_A, \text{otherwise} \end{cases}$$

命題 2．2．7．官庁（提案権と決定権）と大臣（拒否権のゲートキープ 1）と委員会（ゲートキ

ープ 2）と議会（拒否権と修正提案，決定権）の政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡は，

$$\{s_A, s_M, s_F\} = \begin{cases} (x_A, c, c, x_F), \text{if } \ x_A \le 2x_M, x_A \le 2x_C, \forall x_0 \in X \\ (x_A, c, o, x_F), \text{if } \ x_A \le 2x_M, x_A > 2x_C, \forall x_0 \in X \\ (x_A, o, c, x_F), \text{if } \ x_A > 2x_M, x_A \le 2x_C, \forall x_0 \in X \\ (2x_M, c, o, x_F), \text{if } \ 0 \le x_M < \dfrac{x_A}{2}, x_C < x_M, \forall x_0 \in X \\ (2x_C, o, c, x_F), \text{if } \ 0 \le x_C < \dfrac{x_A}{2}, x_C > x_M, \forall x_0 \in X \\ (x_F, o, o, x_F), \text{if } \ x_0 \le 2x_M < 0, x_0 \le 2x_C < 0 \\ (x_F, c, o, x_F), \text{if } \ 2x_M \le x_0 < 0, x_0 \le 2x_C < 0 \\ (x_F, o, c, x_F), \text{if } \ x_0 \le 2x_M < 0, 2x_C \le x_0 < 0 \\ (x_F, c, c, x_F), \text{if } \ 2x_M \le x_0 < 0, 2x_C \le x_0 < 0 \\ (x_0, o, o, x_F), \text{if } \ x_M < 0, x_C < 0, x_0 \ge 0 \end{cases}$$

（証明）

ステージ 4 における議会の戦略は，行政国家モデル 4 のステージ 3 の議会の戦略と，ステージ 3 での委員会の戦略は，行政国家モデル 4 のステージ 2 の大臣の戦略と同じである．ステージ 2 の大臣の最適戦略は，官庁の提案よりも議会の理想点のほうが自分の理想点に近く，かつ，委員会も開門する場合のみ門を開く．

$$s_M = \begin{cases} o, \text{if } \ |x_C - p_A| \ge |x_C - x_F|, |x_M - p_A| \ge |x_M - x_F| \\ c, \text{otherwise} \end{cases}$$

ステージ 1 での官庁の戦略は，委員会が開門しない範囲で最も自分の理想点に近い戦略を選ぶ．それが現状よりも自分の理想点から見て遠いならば，政策変更を行わない．

$$s_A = \begin{cases} x_A, \text{if } \ x_A \le \max(2x_M, 2x_C), \forall x_0 \in X \\ \max(2x_M, 2x_C), \text{if } \ \left(0 \le x_M < \dfrac{x_A}{2}\right) \cup \left(0 \le x_C < \dfrac{x_A}{2}\right), \forall x_0 \in X \\ x_F, \text{if } \ x_M < 0, x_C < 0, x_0 < 0 \\ x_0, \text{if } \ x_M < 0, x_C < 0, x_0 \ge 0 \end{cases}$$

（証明終り）

8．官庁（提案権と決定権）と大臣（限定つき修正決定権）と委員会（拒否権のゲートキープ）と議会（拒否権と修正決定権）の政策選択ゲーム

ゲームフォーム

$N = \{A, M, C, F\}$
$A_A = p_A \in X$
$A_M = \{x_0, p_A\}$
$A_C = \{o, c\}, o = open, c = close$
$A_F = p_F \in X$
$\Omega = (p_A, x_0, o, p_F), (p_A, x_0, c, p_F), (p_A, p_A, o, p_F), (p_A, p_A, c, p_F)$

$$\Phi = \begin{cases} p_F, \text{if } \ \Omega = (p_A, x_0, o, p_F), (p_A, p_A, o, p_F) \\ x_0, \text{if } \ \Omega = (p_A, x_0, c, p_F) \\ p_A, \text{if } \ \Omega = (p_A, p_A, c, p_F) \end{cases}$$

命題2．2．25．官庁（提案権と決定権）と大臣（限定つき修正決定権）と委員会（拒否権のゲートキープ）と議会（拒否権と修正決定権）の政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡は,

$$\{s_M, s_M, s_C, s_F\} = \{x_A, p_A, c, \varnothing\}$$

$$\text{if } \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, \frac{x_A}{2} \le x_M, (x_0 \ge 2x_C) \cup (x_0 \le 0)\right\}$$

$$\cup \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, x_M \le \frac{x_A + x_0}{2}, x_A < x_0 < 2x_C\right\}$$

$$\cup \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, \frac{x_A + x_0}{2} \le x_M, 0 < x_0 \le x_A\right\}$$

$$\{s_M, s_M, s_C, s_F\} = \{2x_M, p_A, c, \varnothing\}$$

$$\text{if } \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, 0 \le x_M < \frac{x_A}{2}, (x_0 \ge 2x_C) \cup (x_0 \le 0)\right\}$$

$$\cup \left\{0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, 0 \le x_M < \frac{x_C}{2}, (2x_C < x_0) \cup (x_0 \le 0)\right\}$$

$$\{s_M, s_M, s_C, s_F\} = \{x_F, p_A, c, \varnothing\}$$

$$\text{if } \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, x_M < 0, (x_0 \ge 2x_C) \cup (x_0 \le 0)\right\}$$

$$\cup \left\{0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, x_M < 0, (2x_C < x_0) \cup (x_0 \le 0)\right\}$$

$$\cup \left\{x_C < 0, \forall x_M \in X, \forall x_0 \in X\right\}$$

$$\{s_M, s_M, s_C, s_F\} = \{2x_M - x_0, p_A, c, \varnothing\}$$

$$\text{if } \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, \frac{x_A + x_0}{2} < x_M \le x_0, x_A < x_0 < 2x_C\right\}$$

$$\cup \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, x_0 \le x_M < \frac{x_A + x_0}{2}, 0 < x_0 \le x_A\right\}$$

$$\cup \left\{0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, x_0 \le x_M < \frac{2x_C + x_0}{2}, 0 < x_0 \le 2x_C\right\}$$

$$\{s_M, s_M, s_C, s_F\} = \{x_0, \varnothing, \varnothing, \varnothing\}$$

$$\text{if } \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, x_M > x_0, x_A < x_0 < 2x_C\right\} \cup \left\{\frac{x_A}{2} \le x_C, x_M < x_0, 0 < x_0 \le x_A\right\}$$

$$\cup \left\{0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, x_M < x_0, 0 < x_0 \le 2x_C\right\}$$

$$\{s_M, s_M, s_C, s_F\} = \{2x_C, p_A, c, \varnothing\}$$

$$\text{if } \left\{0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, \frac{x_C}{2} \le x_M, (2x_C < x_0) \cup (x_0 \le 0)\right\}$$

$$\{s_M, s_M, s_C, s_F\} = \{x_C, p_A, c, \varnothing\}$$

$$\text{if } \left\{0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, \frac{2x_C + x_0}{2} \le x_M < x_A, 0 < x_0 \le 2x_C\right\}$$

（証明）
ステージ３，４の委員会，議会の最適戦略は行政国家モデル６と同じ．
ステージ２の大臣の最適戦略は，

$$s_M = \begin{cases} p_A, \text{if } \left|p_A - x_M\right| \le \left|p_A - x_0\right| \\ x_0, \text{if } \left|p_A - x_M\right| > \left|p_A - x_0\right| \end{cases}$$

ステージ１での官庁の戦略は，

$$s_M = \begin{cases} x_A, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, \frac{x_A}{2} \le x_M, (x_0 \ge 2x_C) \cup (x_0 \le 0) \\ 2x_M, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, 0 \le x_M < \frac{x_A}{2}, (x_0 \ge 2x_C) \cup (x_0 \le 0) \\ x_F, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, x_M < 0, (x_0 \ge 2x_C) \cup (x_0 \le 0) \\ x_0, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, x_M > x_0, x_A < x_0 < 2x_C \\ 2x_M - x_0, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, \frac{x_A + x_0}{2} < x_M \le x_0, x_A < x_0 < 2x_C \\ x_A, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, x_M \le \frac{x_A + x_0}{2}, x_A < x_0 < 2x_C \\ x_0, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, x_M < x_0, 0 < x_0 \le x_A \\ 2x_M - x_0, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, x_0 \le x_M < \frac{x_A + x_0}{2}, 0 < x_0 \le x_A \\ x_A, \text{if } \frac{x_A}{2} \le x_C, \frac{x_A + x_0}{2} \le x_M, 0 < x_0 \le x_A \\ 2x_C, \text{if } 0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, \frac{x_C}{2} \le x_M, (2x_C < x_0) \cup (x_0 \le 0) \\ 2x_M, \text{if } 0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, 0 \le x_M < \frac{x_C}{2}, (2x_C < x_0) \cup (x_0 \le 0) \\ x_F, \text{if } 0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, x_M < 0, (2x_C < x_0) \cup (x_0 \le 0) \\ x_0, \text{if } 0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, x_M < x_0, 0 < x_0 \le 2x_C \\ 2x_M - x_0, \text{if } 0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, x_0 \le x_M < \frac{2x_C + x_0}{2}, 0 < x_0 \le 2x_C \\ x_C, \text{if } 0 \le x_C < \frac{x_A}{2}, \frac{2x_C + x_0}{2} \le x_M < x_A, 0 < x_0 \le 2x_C \\ x_F, \text{if } x_C < 0, \forall x_M \in X, \forall x_0 \in X \end{cases}$$

（証明終り）

26．手続き委員会モデル

$$N = \{A, R, F\}$$
$$A_A = p_A \in X$$
$$A_R = \{c, op, cl\}, c = close, op = open\, rule, cl = closed\, rule$$
$$A_F = \{p_F \mid A_R = op\}, \{a, r \mid A_R = cl\}, a = accept, r = reject$$
$$\Omega = (p_A, c, \varnothing), (p_A, op, p_F), (p_A, cl, a), (p_A, cl, r)$$
$$\Phi = \begin{cases} p_A, \text{if } \ \Omega = (p_A, c, \varnothing) \cup (p_A, cl, a) \\ x_0, \text{if } \ \Omega = (p_A, cl, r) \\ p_F, \text{if } \ \Omega = (p_A, op, p_F) \end{cases}$$

9．大統領拒否権モデル

$$N = \{A, M, F, P, V\}, x_P \geq 0 \Rightarrow x_V \geq 0, x_P < 0 \Rightarrow x_V < 0$$
$$A_A = p_A \in X$$
$$A_M = \{o, c\}, o = open, c = close$$
$$A_F = p_F \in X$$
$$A_P = \{v, a\}, v = veto, a = accept$$
$$A_V = \{ov, a\}, ov = override, a = accept$$
$$\Omega = (p_A, o, p_F, v, ov), (p_A, o, p_F, v, a), (p_A, o, p_F, a, \varnothing), (p_A, c, \varnothing, \varnothing, \varnothing)$$
$$\Phi = \begin{cases} p_F, \text{if } \ \Omega = (p_A, o, p_F, a, \varnothing), (p_A, o, p_F, v, ov) \\ p_A, \text{if } \ \Omega = (p_A, o, p_F, v, a), (p_A, c, \varnothing, \varnothing, \varnothing) \end{cases}$$

命題 2．2．9．官庁（提案，決定権），大臣（議会拒否権へのゲートキープ），議会（修正決定権），大統領（修正決定権への拒否権），特別多数議会（限定的再決定権）の政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡における帰結は,

$$\{s_A, s_M, s_F, s_P, s_V\} =$$

$$\begin{cases} (x_A, c, \varnothing, \varnothing, \varnothing), \text{if} \ \ x_M \geq \dfrac{x_A}{2}, \forall x_0 \in X, \forall x_P \in X \\ (2x_M, c, \varnothing, \varnothing, \varnothing), \\ \text{if} \ \ \left\{(0 < x_P) \cap \left[\min(x_V, x_P) \leq x_M < \dfrac{x_A}{2}\right] \cup (x_P < 0) \cap (x_M \geq 0)\right\} \cap x_0 \notin [2x_M, 2x_A - 2x_M] \\ [\min(x_P, x_V, x_A), c, \varnothing, \varnothing, \varnothing], \\ \text{if} \ \ 0 < x_P, x_M < \min(x_V, x_P), x_0 \notin [\min(x_P, x_V, x_A), 2x_A - \min(x_P, x_V, x_A)] \\ (x_F, c, \varnothing, \varnothing, \varnothing), \text{if} \ \ x_P < 0, x_M < 0, x_0 < 0 \\ (x_0, \varnothing, \varnothing, \varnothing, \varnothing), \text{otherwise} \end{cases}$$

（証明）

ステージ 5 の議会特別多数の戦略は,

$$s_V = \begin{cases} ov, \text{if} \ \ |p_F - x_V| \leq |p_A - x_V| \\ a, \text{if} \ \ |p_F - x_V| > |p_A - x_V| \end{cases}$$

ステージ 4 の大統領の戦略は,

$$s_P = \begin{cases} v, \text{if} \ \ |p_A - x_P| \leq |p_F - x_P|, |p_F - x_V| > |p_A - x_V| \\ a, \text{otherwise} \end{cases}$$

ステージ 3 での議会の戦略は,

$$s_F = p_F \in \{\min|p_F| \mid |p_A - x_P| > |p_F - x_P| \cup |p_F - x_V| \leq |p_A - x_V|\}$$

具体的には，次の場合に次の決定をすれば議会は自分の提案を最終結果とし，それにより官庁の決定以上に自分の理想点に近い結果を得られる．

$$s_F = \begin{cases} 2x_V - p_A, \text{if} \ \ 0 \leq x_V < x_P, x_V \leq p_A < 2x_V \\ x_F, \text{if} \ \ 0 \leq x_V < x_P, 2x_V \leq p_A \\ 2x_P - p_A, \text{if} \ \ 0 \leq x_P < x_V, x_P \leq p_A < 2x_V \\ x_F, \text{if} \ \ 0 \leq x_P < x_V, 2x_P \leq p_A \\ x_F, \text{if} \ \ x_P < 0, p_A > 0 \end{cases}$$

これ以外の場合は，官庁の提案を動かしても議会は得るものがない．

ステージ 2 での大臣の戦略は，この議会が修正するであろう政策の位置と官庁の政策を比較し，後者が望ましい場合は拒否権から官庁の政策を守ることである．

$$s_M = \begin{cases} c, \text{if } \ 0 \le x_V < x_P, x_V \le p_A < 2x_V, x_M \ge x_V \\ c, \text{if } \ 0 \le x_V < x_P, 2x_V \le p_A, \dfrac{p_A}{2} \le x_M \\ c, \text{if } \ 0 \le x_P < x_V, x_P \le p_A < 2x_V, x_M \ge x_P \\ c, \text{if } \ 0 \le x_P < x_V, 2x_P \le p_A, \dfrac{p_A}{2} \le x_M \\ c, \text{if } \ x_P < 0, p_A > 0, \dfrac{p_A}{2} \le x_M \\ o, \text{otherwise} \end{cases}$$

ステージ 1 の官庁の戦略は，大臣が議会以降への門を閉じる範囲で自分の理想点に最も近い政策を決定する．どのような政策を決定しても大臣が門を開ける場合は，議会が決定するであろう政策が現状よりも望ましいならば，最初から議会が選ぶであろう政策を決定する．以上の選択が現状よりも官庁からみて遠くなる場合は，官庁は政策変更を行わない．

$$s_A =$$

$$\begin{cases} x_A, \text{if } \ x_M \ge \dfrac{x_A}{2}, \forall x_0 \in X, \forall x_P \in X \\ 2x_M, \\ \text{if } \ \left\{(0 < x_P) \cap \left[\min(x_V, x_P) \le x_M < \dfrac{x_A}{2}\right] \cup (x_P < 0) \cap (x_M \ge 0)\right\} \cap x_0 \notin [2x_M, 2x_A - 2x_M] \\ \min(x_P, x_V, x_A), \\ \text{if } \ 0 < x_P, x_M < \min(x_V, x_P), x_0 \notin [\min(x_P, x_V, x_A), 2x_A - \min(x_P, x_V, x_A)] \\ x_F, \text{if } \ x_P < 0, x_M < 0, x_0 < 0 \\ x_0, \text{otherwise} \end{cases}$$

（証明終り）

命題 2．2．10．手続き委員会モデル：官庁（提案，決定権），手続き委員会（拒否権のゲートキーパー，拒否権の行使方法の選択），議会（拒否権；手続き委員会の選択によっては拒否権と修正決定権））のサブゲーム完全均衡における帰結は，

$$\{s_A, s_M, s_P\} =$$

$$\begin{cases} (x_A, c, \varnothing), \text{if } \left\{\{(x_0 \geq x_A) \cup (x_0 < 0)\} \cap \left(x_M \geq \dfrac{x_A}{2}\right)\right\} \cup \left\{(0 \leq x_0 < x_A) \cap \left(x_M \geq \dfrac{x_A + x_0}{2}\right)\right\} \\ (2x_M, c, \varnothing), \text{if } \left\{\{(x_0 \geq 2x_A) \cup (x_0 < 0)\} \cap \left(0 \leq x_M < \dfrac{x_A}{2}\right)\right\} \cup \left\{(x_A \leq x_0 < 2x_A) \cap \left(x_M \geq x_A - \dfrac{x_0}{2}\right)\right\} \\ (0, c, \varnothing), \text{if } \{(x_0 \geq 2x_A) \cup (x_0 < 0)\} \cap (x_M < 0) \\ (x_0, c, \varnothing), \text{if } \left\{(x_A \leq x_0 < 2x_A) \cap \left(x_M < x_A - \dfrac{x_0}{2}\right)\right\} \cup \{(0 \leq x_0 < x_A) \cap (x_M < x_0)\} \\ (2x_M - x_0, c, \varnothing), \text{if } (0 \leq x_0 < x_A) \cap \left(x_0 \leq x_M < \dfrac{x_A + x_0}{2}\right) \end{cases}$$

（証明）

ステージ 3 での議会の戦略は，手続き委員会がクローズドルールを選んだなら行政国家モデル 3 のステージ 3 の議会の戦略と，オープンルールを選んだなら，行政国家モデル 4 のステージ 3 の議会の戦略と同じ．

そこで，ステージ 2 の手続き委員会の戦略は，現状，議会理想点，官庁の政策の三つを比較し，自分の理想点にどれが近いかに応じ，議会にクローズドルールで拒否権行使させる，議会にオープンルールで拒否権行使させる，議会の拒否権への門を閉ざすのそれぞれを選択する．

$$s_R = \begin{cases} c, \text{if } |p_A - x_R| \leq |x_0 - x_R|, |p_A - x_R| \leq |x_R| \\ cl, \text{if } |x_0 - x_R| < |p_A - x_R|, |x_0 - x_R| < |x_R| \\ op, \text{if } |x_R| < |x_0 - x_R|, |x_R| < |p_A - x_R| \end{cases}$$

ステージ 1 の官庁の戦略は,

$$
s_A = \begin{cases}
x_A, \text{if } (x_0 \geq x_A) \cup (x_0 < 0), x_R \geq \dfrac{x_A}{2} \\
2x_R, \text{if } (x_0 \geq 2x_A) \cup (x_0 < 0), 0 \leq x_R < \dfrac{x_A}{2} \\
x_F, \text{if } (x_0 \geq 2x_A) \cup (x_0 < 0), x_R < 0 \\
2x_R, \text{if } x_A \leq x_0 < 2x_A, x_R \geq x_A - \dfrac{x_0}{2} \\
x_0, \text{if } x_A \leq x_0 < 2x_A, x_R < x_A - \dfrac{x_0}{2} \\
x_A, \text{if } 0 \leq x_0 < x_A, x_R \geq \dfrac{x_A + x_0}{2} \\
2x_R - x_0, \text{if } 0 \leq x_0 < x_A, x_0 \leq x_R < \dfrac{x_A + x_0}{2} \\
x_0, \text{if } 0 \leq x_0 < x_A, x_R < x_0
\end{cases}
$$

（証明終り）

11．行政国家モデル 6：官庁（提案権と決定権）と大臣（拒否権のゲートキープ 1）と委員会（ゲートキープ 2）と議会（拒否権と修正提案，決定権）の二次元政策空間化

二つの直行する政策次元が存在すると考える．すると政策空間が $X \in \Re^2$ となるので，ある政策は次のようにベクトルで表記される． $\mathbf{x} = \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix}$

本会議の理想点はゼロベクトル，官庁の理想点はどちらの要素も正のベクトル（第一象限に理想点が存在）と仮定する（一般性は失われない）．

プレイヤーは二つの政策空間のどちらからも等しいウェイトで効用を得ると仮定する．

$$u_i(\mathbf{x}) = |\mathbf{x}| = \sqrt{(x_{1i} - x_1)^2 + (x_{2i} - x_2)^2}$$

このほかは，ゲームフォームは行政国家モデル 6 に同じ．

命題 2．2．11．行政国家モデル 6 の二次元政策空間における政策選択ゲームの帰結は，次のようになる．

第一に，大臣，委員会の理想点とも第三象限にある場合，官庁は議会の理想点を提案する．

第二に，どちらか（仮に委員会とする）が第三象限，残る一方（大臣）が第一，第二，あるいは第四象限にある場合，大臣の理想点を中心とする半径 $|\mathbf{x_M}|$ の円内に官庁の理想点が

あれば，官庁は自分の理想点を，そうでなければ，$\dfrac{|\mathbf{x_M}|}{|\mathbf{x_A}-\mathbf{x_M}|}\mathbf{x_A}+\dfrac{|\mathbf{x_A}|}{|\mathbf{x_A}-\mathbf{x_M}|}\mathbf{x_M}$ を決定する．

第三に，残る，両者がどちらとも第一，第二，第四象限のいずれかにいる場合，大臣の理想点を中心とする半径 $|\mathbf{x_M}|$ の円と委員会の理想点を中心とする半径 $|\mathbf{x_C}|$ の和集合内に官庁の理想点があれば，官庁は自分の理想点を決定する．その集合外に官庁の理想点がある場合は，官庁の理想点からその集合へ一番近い点を官庁は決定する．これはたとえば大臣の理想点に近い場合であれば，$\dfrac{|\mathbf{x_M}|}{|\mathbf{x_A}-\mathbf{x_M}|}\mathbf{x_A}+\dfrac{|\mathbf{x_A}|}{|\mathbf{x_A}-\mathbf{x_M}|}\mathbf{x_M}$ となる．

いずれの場合も，官庁の提案がそのまま実現し，拒否権への道が開かれたり，拒否権が行使されたりすることはない．

（証明）

ステージ 2 から 4 の大臣，委員会，本会議の最適戦略は行政国家モデル 6 と同じ．したがって，官庁 1 の最適戦略は，次の最適化問題を解くことによって得られる．

$$\begin{aligned}&\min\left(|\mathbf{p_A}-\mathbf{x_A}|\right)\\&\quad\text{subject to }\left(|\mathbf{x_C}-\mathbf{p_A}|<|\mathbf{x_C}-\mathbf{x_F}|\right)\cup\left(|\mathbf{x_M}-\mathbf{p_A}|<|\mathbf{x_M}-\mathbf{x_F}|\right)\end{aligned}$$

したがって，大臣の理想点を中心とする半径 $|\mathbf{x_M}|$ の円と委員会の理想点を中心とする半径 $|\mathbf{x_C}|$ の和集合内に官庁の理想点があれば，官庁は自分の理想点を決定する．

その集合外に官庁の理想点がある場合は，官庁の理想点からその集合へ一番近い点を官庁は決定する．これはたとえば大臣の理想点に近い場合であれば，次のようになる．

$$\frac{|\mathbf{x_M}|}{|\mathbf{x_A}-\mathbf{x_M}|}(\mathbf{x_A}-\mathbf{x_M})+\mathbf{x_M}=\frac{|\mathbf{x_M}|}{|\mathbf{x_A}-\mathbf{x_M}|}\mathbf{x_A}+\frac{|\mathbf{x_A}|}{|\mathbf{x_A}-\mathbf{x_M}|}\mathbf{x_M}$$

官庁の理想点は第一象限にあると仮定しているので，

（1）大臣，委員会の理想点とも第三象限にある場合，官庁は議会の理想点を提案する．

（2）どちらかが第三象限，残る一方が第一，第二，第四象限にある場合，第一，第二，第四象限にいるものについて，そのものが議会の理想点よりも官庁の理想点を好んでいるならば，自分の理想点を提案できる．そうではなければ，官庁の提案次第では，そのものが議会の理想点よりもそれを好み，官庁にとっても議会の理想点以上の効用が得られる政策

が必ず存在する（＝その第二象限に理想点を持つものの理想点を中心に，議会までの理想点を半径とする円を描いたとき，その円のうち第一象限にある部分がそれである．この部分は必ず存在する）．このうち，官庁の理想点に最も近いもの，つまり上述した政策を選択する．

（3）両者がどちらとも第一，第二，第四象限のいずれかにいる場合，上のように選択を行う．

（証明終り）

12．権限行使に費用がかかる政策選択ゲーム：二者の場合

命題 2．2．12．官庁（決定権；決定費用高低）と議会（拒否権；拒否費用高低）の政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡は,

$$\{s_A, s_F\} =$$

$$\begin{cases} [(x_0, 0), \varnothing], \text{if } \ x_A - c_A^L \le x_0 \le x_A + c_A^L \\ [(x_A, c_A^L), a], \text{if } \ |c_A^L| \le |x_0 - x_A|, x_A \le x_0 + c_F^L \\ [(x_0, 0), \varnothing], \text{if } \ x_A - c_A^H < x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^L < x_A \le x_0 + c_F^H, c_A^L > c_F^L \\ [(x_0 + c_F^L, c_A^L), a], \text{if } \ x_A - c_A^H < x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^L < x_A \le x_0 + c_F^H, c_A^L \le c_F^L \\ [(x_0 + c_F^L, c_A^L), a], \text{if } \ x_0 \le x_A - c_A^H, x_0 + c_F^L < x_A \le x_0 + c_F^H, x_0 + c_F^L - c_A^L > x_A - c_A^H \\ [(x_A, c_A^H), a], \text{if } \ x_0 \le x_A - c_A^H, x_0 + c_F^L < x_A \le x_0 + c_F^H, x_0 + c_F^L - c_A^L \le x_A - c_A^H \\ [(x_0 + c_F^L, c_A^L), a], \text{if } \ x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^H < x_A, c_F^L - c_A^L > c_F^H - c_A^H, c_F^L - c_A^L \ge 0 \\ [(x_0 + c_F^H, c_A^H), a], \text{if } \ x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^H < x_A, c_F^L - c_A^L \le c_F^H - c_A^H, c_F^H - c_A^H \ge 0 \\ [(x_0, 0), \varnothing], \text{if } \ x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^H < x_A, c_F^L - c_A^L < 0, c_F^H - c_A^H < 0 \end{cases}$$

（証明）

ステージ 2 での本会議の最適戦略は，次のようになる．

$$s_F = \begin{cases} a, \text{if } \ |p_A| \le |x_0 + c_F^H|, s_A = (p_A, c_A^H) \\ r, \text{if } \ |p_A| > |x_0 + c_F^H|, s_A = (p_A, c_A^H) \\ a, \text{if } \ |p_A| \le |x_0 + c_F^L|, s_A = (p_A, c_A^L) \\ r, \text{if } \ |p_A| > |x_0 + c_F^L|, s_A = (p_A, c_A^L) \end{cases}$$

ステージ 1 での官庁の最適戦略は，次のようになる．

$s_A =$

$$\begin{cases} (x_0, 0), \text{if } \ x_A - c_A^L \le x_0 \le x_A + c_A^L \\ (x_A, c_A^L), \text{if } \ \left|c_A^L\right| \le \left|x_0 - x_A\right|, x_A \le x_0 + c_F^L \\ (x_0, 0), \text{if } \ x_A - c_A^H < x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^L < x_A \le x_0 + c_F^H, c_A^L > c_F^L \\ (x_0 + c_F^L, c_A^L), \text{if } \ x_A - c_A^H < x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^L < x_A \le x_0 + c_F^H, c_A^L \le c_F^L \\ (x_0 + c_F^L, c_A^L), \text{if } \ x_0 \le x_A - c_A^H, x_0 + c_F^L < x_A \le x_0 + c_F^H, x_0 + c_F^L - c_A^L > x_A - c_A^H \\ (x_A, c_A^H), \text{if } \ x_0 \le x_A - c_A^H, x_0 + c_F^L < x_A \le x_0 + c_F^H, x_0 + c_F^L - c_A^L \le x_A - c_A^H \\ (x_0 + c_F^L, c_A^L), \text{if } \ x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^H < x_A, c_F^L - c_A^L > c_F^H - c_A^H, c_F^L - c_A^L \ge 0 \\ (x_0 + c_F^H, c_A^H), \text{if } \ x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^H < x_A, c_F^L - c_A^L \le c_F^H - c_A^H, c_F^H - c_A^H \ge 0 \\ (x_0, 0), \text{if } \ x_0 < x_A - c_A^L, x_0 + c_F^H < x_A, c_F^L - c_A^L < 0, c_F^H - c_A^H < 0 \end{cases}$$

（証明終り）

２．３　情報構造の諸形態とその帰結

１．不完全情報行政国家モデル１

ゲームフォーム

$A_A \notin I_F$ であるほかは，法治国家（行政国家）モデル１と同じ．

命題 2．3．1．不完全情報行政国家モデル１のベイズ完全均衡は，

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \begin{cases} x_A, a, x_A, \text{if } \ x_0 \le -x_A, x_A \le x_0 \\ x_0, r, x_0, \text{if } \ -x_A < x_0 < x_A \end{cases}$$

（証明）

ある戦略と信念の集合，s_A^*, s_F^*, b_F^* がベイズ完全均衡であることを示すには，（1）s_A^*, b_F^* のもとで，s_F^* が議会の期待効用を極大化していること，（2）s_F^*, b_F^* のもとで，s_A^* が官庁の期待効用を極大化していること，（3）b_F^* が均衡において実現することの三つを示す必要がある．

もし $s_F^* = a$ であるならば，$s_A^* = x_A$ である．これ以外の戦略を官庁がとることはない．よって，$Eu(x_A) \ge Eu(x_0)$ でない限り，議会にとって官庁の政策を受け入れるのは最適戦略ではない．この条件が成り立つのは，$x_0 \le -x_A, x_A \le x_0$ である．この場合，$p_A = x_A$ という予測のもと，官庁の政策を受け入れることが議会の効用を極大化する．官庁もこの場合，議会が受け入れるという条件のもとで効用を極大化する戦略をとっている．

$x_0 \le -x_A, x_A \le x_0$ ではない場合，もし議会が受け入れるとして，その議会の戦略に対して官庁が最適戦略，すなわち $s_A^* = x_A$ を選択するならば，議会の受け入れるという戦略はその官庁の戦略のもとでの効用極大化をもたらしていない．この場合，議会は受け入れないことが最適戦略である．その条件のもとで，官庁にとっての最適戦略は，現状を変更しないことである．よって，$x_0 \le -x_A, x_A \le x_0$ の場合，官庁は現状を維持し，議会は，官庁が現状を維持するだろうという予測のもと，拒絶を選択する．

（証明終り）

２．不完備情報（他のプレイヤーの効用関数の不完備）法治国家モデル 1

命題 2．3．2．不完備情報（他のプレイヤーの効用関数の不完備）法治国家モデル 1 のベイズ完全均衡は，

命題 2．3．2．不完備情報（他のプレイヤーの効用関数の不完備）法治国家モデル 1 のベイズ完全均衡は，

$$\{s_A, b_A, s_F\} = \begin{cases} o, f(x), x_F \mid \int_{\min(x_0, 2x_A - x_0)}^{\max(x_0, 2x_A - x_0)} f(x)dx < \frac{1}{2} \\ c, f(x), x_F \mid \int_{\min(x_0, 2x_A - x_0)}^{\max(x_0, 2x_A - x_0)} f(x)dx \ge \frac{1}{2} \end{cases}$$

（証明）

ステージ 2 の議会の最適戦略は法治国家モデル 1 のそれと同じ．

ステージ 1 の官庁は，議会の理想点を x'_F と予想するとすれば，$\min(x'_F, 2x_A - x'_F) \le x_0 \le \max(x'_F, 2x_A - x'_F)$ の現状に対してはゲートを閉め現状を維持することが，それ以外の現状に対しては，ゲートを開くことが最適戦略である．議会の理想点についての官庁の予測の確率密度関数を $f(x)$ とすると，

$$\Pr(\min(x'_F, 2x_A - x'_F) \le x_0 \le \max(x'_F, 2x_A - x'_F)) =$$

$$\begin{cases} \int_{x_0}^{\infty} f(x)dx + \int_{-\infty}^{2x_A - x_0} f(x)dx, x_0 > x_A \\ \int_{2x_A - x_0}^{\infty} f(x)dx + \int_{-\infty}^{x_0} f(x)dx, x_0 < x_A \end{cases}$$

この確率が二分の一を超えているならば，官庁はゲートを閉じることでゲートを開けるよりもより高い効用を得られる．

（証明終り）

3．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 2（官庁のシグナルに限定あり）

ゲームフォーム

$$N = \{N, A, F\}$$
$$A_N = \varepsilon \in [-R, R],$$
$$\mathrm{PDF}: f(\varepsilon) = \frac{1}{2R}, \int f(\varepsilon)d\varepsilon = 1, \mu = 0, \sigma^2 = \frac{R^2}{3}$$
$$A_A = \{\varepsilon^+, \varepsilon^-, 0\}, I_A = \varepsilon$$
$$A_F = p_F \in X, I_F = \hat{\varepsilon}$$
$$\Omega = (\varepsilon, \varepsilon^+, p_F), (\varepsilon, \varepsilon^-, p_F)$$
$$\Phi = p_F + \varepsilon, \text{for } \forall\Omega$$

命題 2．3．3．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 2（官庁のシグナルに限定あり）のベイズ完全均衡は,

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \begin{cases} 0, 0, [-R, R] \mid x_A > \dfrac{R}{2} \\ \varepsilon^+, -\dfrac{R}{2}, [0, R] \mid x_A \leq \dfrac{R}{2}, \varepsilon \geq 0 \\ \varepsilon^-, \dfrac{R}{2},, [-R, 0] \mid x_A \leq \dfrac{R}{2}, \varepsilon < 0 \end{cases}$$

（証明）

準分割均衡が成り立つためには，官庁が偽のシグナルを送る誘因を持たず，準分割均衡を成立させることで，官庁，議会とも効用がそうでない場合以上になっていることが必要である．

仮に準分割均衡が成り立っているとすると，議会は次のような選択を行う．

$$s_F = \begin{cases} \dfrac{R}{2} \mid A_A = \varepsilon^- \\ -\dfrac{R}{2} \mid A_A = \varepsilon^+ \end{cases}$$

正の理想点を持つ官庁は，したがって，εが正である場合のみ，偽のシグナルを送る誘因を持ちうる．真のシグナルを送るよりも偽のシグナルを送る方が効用が高いのは，次の条件が成り立つ場合である．

$$-\int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} (\varepsilon - x_A)^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon > -\int_{\frac{R}{2}}^{\frac{3R}{2}} (\varepsilon - x_A)^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon$$

つまり，$x_A > \dfrac{R}{2}$ の場合，準分割均衡は破綻する．逆に，$x_A \le \dfrac{R}{2}$ の場合，準分割均衡が成立する．

次に，準分割均衡が成り立つことで，それが成り立たない場合よりも，議会，官庁ともより大きな効用が得られていることを確認する．

準分割均衡が成立しない場合，議会は次の戦略をとる．

$$s_F = 0$$

よって，準分割均衡が成立しない場合の議会，官庁の効用はそれぞれ，

$$u_F^{pooling}(\varepsilon) = -\int_{-R}^{R} \varepsilon^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon;$$

$$u_A^{pooling}(\varepsilon) = -\int_{-R}^{R} (\varepsilon - x_A)^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon$$

したがって，準分割均衡が成立するときの効用がそれが成立しないときの効用を上回るためには，次の各不等式が成立することが必要である．

$$-\int_{-R}^{R} \varepsilon^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon < -\int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} \varepsilon^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon$$

$$-\int_{-R}^{R} (\varepsilon - x_A)^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon < -\int_{-\frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}} (\varepsilon - x_A)^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon$$

それぞれ整理すると，任意の実数 R に対してどちらの不等式も成り立つことがわかる．

（証明終り）

4．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 2（官庁のシグナルに限定なし）

命題 2．3．4．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 2（官庁のシグナルに限定なし）のベイズ完全均衡は，

$\{s_A, s_F, b_F\} = \{0, 0, [-R, R]\} \mid \forall \varepsilon, \forall R$

（証明）
分割均衡が成り立つためには，官庁が偽のシグナルを送る誘因を持たず，分割均衡を成立させることで，官庁，議会とも効用がそうでない場合以上になっていることが必要である．
仮に分割均衡が成り立っているとすると，議会は次のような選択を行う．

$$s_F = -\varepsilon, \forall\varepsilon$$

議会がこのような決定ルールに従っている場合，官庁は$-x_A+\varepsilon$というシグナルを送ることで，自分の理想点を実現できる．このため，分割均衡は官庁のインセンティブ両立性の条件を満たさない．よって，この場合，非分割均衡しか成り立たない．
（証明終り）

5．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 2（官庁のシグナルを分割均衡が成り立つ範囲で最大限豊富化）

命題 2．3．5．官庁が送信するシグナルの数をｎとすると，不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）のもとでの官庁のシグナルと議会の決定による政策選択ゲームのベイズ完全均衡は，

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \begin{cases} 0, 0, \varepsilon \in [-R, R] \mid x_A > \dfrac{R}{n} \\ [r_i, r_{i+1}], -\dfrac{r_i + r_{i+1}}{2}, \varepsilon \in [r_i, r_{i+1}] \mid x_A \le \dfrac{R}{n} \end{cases}$$

ゲームフォーム：官庁が送信するシグナルの内容が以下のものである以外は不完備情報法治国家モデル 2 と同じ．

$$A_A = [r_i, r_{i+1}], r_0(=-R), r_1, \ldots, r_n(=R)$$

（証明）
準分割均衡が成り立つためには，官庁が偽のシグナルを送る誘因を持たず，準分割均衡を成立させることで，官庁，議会とも効用がそうでない場合以上になっていることが必要である．
仮に準分割均衡が成り立っているとすると，議会は次のような選択を行う．

$$s_F = -\frac{r_i + r_{i+1}}{2}$$

このとき，官庁が偽のシグナルを送る誘因を持たないのは，εが$r_i + \omega, \omega \in \left(-\dfrac{R}{n}, \dfrac{R}{n}\right)$，つまり最も近い区間の分割点が$r_i$である点の集合であった場合に，$[r_i, r_{i+1}]$というシグナルを送ることも$[r_{i-1}, r_i]$というシグナルを送ることも無差別である場合である．なぜなら，かり

に官庁の理想点がr_iよりも大きかった場合, 官庁は議会がより大き目の政策を提案するよう誘導するためにr_iよりも小さな値が真のεであると議会が信じるようにしたいという誘引にかられる．つまり，$[r_i, r_{i+1}]$ではなく$[r_{i-1}, r_i]$のシグナルを送りたいと考える．他方，官庁の理想点がr_iより小さければ，$[r_i, r_{i+1}]$というシグナルを送りたいと考える．したがって，εが$r_i+\omega, \omega \in \left(-\frac{R}{n}, \frac{R}{n}\right)$であった場合に，$[r_i, r_{i+1}]$と$[r_{i-1}, r_i]$を無差別だと考えるのであれば，それ以上大きな，あるいは小さな偽のシグナルを送る誘因も持っていない．この条件が成り立つのは,

$$-\left(\frac{r_i - r_{i+1} + 2\omega}{2} - x_A\right)^2 = -\left(\frac{r_i - r_{i-1} + 2\omega}{2} - x_A\right)^2$$

これを整理して，$x_A = \frac{2r_i - r_{i+1} - r_{i-1}}{4} - \omega = -\omega$となる．したがって，$0 \le x_A \le \frac{R}{n}$である場合のみ，準分割均衡は成立する．

次に，準分割均衡が成り立つことで，それが成り立たない場合よりも，議会，官庁ともより大きな効用が得られていることを確認する．準分割均衡が成立しない場合の議会，官庁の効用は 1．のモデルと同様なので，準分割均衡が成立するときの効用がそれが成立しないときの効用を上回るためには，次の各不等式が成立することが必要である．

$$-\int_{-R}^{R} \varepsilon^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon < -\int_{-\frac{R}{n}}^{\frac{R}{n}} \varepsilon^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon$$

$$-\int_{-R}^{R} (\varepsilon - x_A)^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon < -\int_{-\frac{R}{n}}^{\frac{R}{n}} (\varepsilon - x_A)^2 \cdot \frac{1}{R} d\varepsilon$$

整理すると，どちらの式も任意の実数 R およびｎに対して成立する．

（証明終り）

6．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 1

ゲームフォーム

$$N=\{N,A,F\}$$

$$A_N=\varepsilon,\varepsilon\in[-R,R],\mathrm{PDF}:f(\varepsilon)=\frac{1}{2R}$$

$$A_A=p_A,p_A\in X,I_A=\varepsilon$$

$$A_F=\{a,r\},a=accept,r=reject,I_F=\hat{\varepsilon}$$

$$\Omega=p_A+\varepsilon,p_A\in X$$

$$\Phi=\begin{Bmatrix}p_A+\varepsilon\mid A_A=p_A,A_F=a\\x_0+\varepsilon\mid A_A=x,A_F=r\end{Bmatrix}$$

$$x_A\geq 0,x_F=0$$

$$u_A(x)=-|x-x_A|^2,u_F(x)=-|x|^2$$

命題２．３．６．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル１のベイズ完全均衡は，

$$\{s_A,s_F,b_F\}=\begin{cases}x_A-\varepsilon,a,x_A-p_A\mid\varepsilon<-3x_A-x_0\\4x_A+x_0,a,U(-3x_A-x_0,-x_A-x_0)\mid-3x_A-x_0\leq\varepsilon<-x_A-x_0\\\forall p_A\in(4x_A+x_0,x_0),r,U(-x_A-x_0,x_A-x_0)\mid-x_A-x_0\leq\varepsilon<x_A-x_0\\x_A-\varepsilon,a,x_A-p_A\mid\varepsilon\geq x_A-x_0\end{cases}$$

（証明）

ステージ 3 での議会の最適戦略は，現状が維持される場合の期待効用以上の期待効用を与える政策変更であれば受け入れることである．

$$s_F=\begin{Bmatrix}a\mid|p_A+\varepsilon|<|x_0+\varepsilon|\\r\mid|p_A+\varepsilon|\geq|x_0+\varepsilon|\end{Bmatrix}$$

つまり，$\min[x_0,-x_0-2\varepsilon]<p_A<\max[x_0,-x_0-2\varepsilon]$の提案であれば，受け入れる．

ステージ 2 の官庁の最適戦略は，議会が承認をする範囲で最も自分の理想点に近い政策が最終的な結果となるような提案を行うことである．したがって，可能であるならば，$p_A=x_A-\varepsilon$を提案する．これは，次の場合可能となる．

$$x_0<-\varepsilon,x_0+\varepsilon<x_A<-x_0-\varepsilon$$

$$x_0>-\varepsilon,-x_0-\varepsilon<x_A<x_0+\varepsilon$$

これらの条件が成り立っている場合，分割均衡が成立しうる．官庁はこれ以外の提案を行う誘因を持たない．この場合，議会もまた，官庁の提案を受け入れないという選択にしたところで，効用を上昇させられない．

この条件が成り立たない場合，分割均衡は成立し得ない．しかしこの場合でも，一定区

間内のεを受け取った官庁がすべて同じ提案をするという準分割均衡は成り立つかもしれない．ここで，$-x_0-x_A \le r_i \le \varepsilon \le r_{i+1} \le -x_0+x_A$ として，$[r_i, r_{i+1}]$ のεを受け取った官庁がすべて同じ提案をし，議会がそれを承認することがあるかどうかを考える．

r_i あるいはそれ以上のεを受け取った官庁にとって，法案が現状から得られる以上の効用を与えるための条件は，$p_A + r_i > x_0 + r_i$ である．ところが，これを満たすような法案は，$[-x_0 - x_A, r_i]$ のεを受け取った官庁にとっても現状以上に望ましい．したがって，$r_i = -x_0 - x_A$（1）である．

次に，r_{i+1} のタイプの官庁にとって現状以上に望ましい結果を法案が与えるためには，

$|x_0 + r_{i+1} - x_A| \ge |p_A + r_{i+1} - x_A|$ すなわち，$p_A \le 2x_A - 2r_{i+1} - x_0$（2）が成り立つことが必要である．

また，議会がこれを満たすような法案を受け取ったとき，$[r_i, r_{i+1}]$ のタイプの官庁がすべて同じ提案を出してきていると議会が信じるならば，実際のεについて議会が持つ期待値は，$\dfrac{r_i + r_{i+1}}{2}$ となる．議会もまた法案を受け入れるためには，この法案が現状から受け取れるであろう効用以上であることが必要である．その条件は，

$\left|x_0 + \dfrac{r_i + r_{i+1}}{2}\right| \ge \left|p_A + \dfrac{r_i + r_{i+1}}{2}\right|$ すなわち，$p_A \le -x_0 - r_i - r_{i+1}$ が成り立つことである．これは（1）を代入することで，$p_A \le x_A - r_{i+1}$（3）と整理できる．

ここで，仮に，$r_{i+1} < x_A - x_0$ だとすると（2）から法案は $2x_A - 2r_{i+1} - x_0$ であることになる．これを（3）に代入すると，$r_{i+1} \ge x_A - x_0$ となる．したがって（2）と（3）を同時に満たすのは，$r_{i+1} = x_A - x_0$ しかない．以上から，この場合には準分割均衡も成立しないことが示された．

つまり，$-x_0 - x_A \le \varepsilon \le -x_0 + x_A$ の場合は，非分割均衡しか成立しない．この場合，議会は官庁の提案にかかわらず，上の区間でεは均一分布していると考える．εがこの区間の値であると議会が信じている場合，議会にとって現状を維持することで期待できる結果は，$[-x_A, x_A]$ である．この現状の期待値から得られる期待効用を上回る期待効用を与える提案を議会の上の信念のもとで官庁は提示することができない．

しかしこの場合でも，官庁は，$\varepsilon < -x_0 - x_A, \varepsilon > -x_0 + x_A$ であると議会に信じさせることができれば，法案を成立させることができる．つまり，$p_A > 2x_A + x_0, p_A < x_0$ の範囲の提案をすれば，法案を成立させられる．$-x_0 - x_A \le \varepsilon \le -x_0 + x_A$ のεを受け取った官庁にとってこのような法案を成立させることが効用を高めるならば，それらは自らのタイプを偽るよう振舞うだろう．どのような場合にどのような提案がこの条件を満たすかというと，

$$|p_A + \varepsilon - x_A| \le |x_0 + \varepsilon - x_A|$$
$$s.t \{(p_A > 2x_A + x_0) \cup (p_A < x_0)\} \cap (-x_0 - x_A \le \varepsilon \le -x_0 + x_A)$$

これを解くことで，官庁がタイプを偽る場合，次の提案を出すことがわかる

$2x_A + x_0 \le p_A \le 4x_A + x_0$

よって，官庁がこのような提案を出してきた場合，議会はその提案から真のεはこのような提案を承諾することで，現状以上に効用を向上させられるものであるという確信を得ることができない．よって，このような提案を議会は承諾しない．このため，$-3x_A - x_0 \le \varepsilon < -x_A - x_0$ という情報を受け取った官庁も自分の理想点を実現するような $p_A = x_A - \varepsilon \le 4x_A + x_0$ を提案できなくなる．議会が官庁がタイプを偽っていないと確信でき，効用を現状以上に高められると考え承諾する範囲で自分の理想点に一番近い $p_A = 4x_A + x_0$ を提案する．

（証明終り）

7．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）のもとで議会が初期信念をもち議会と同一理想点を持つ官庁からのシグナルをうける法治国家モデル 2

ゲームフォーム

$$N = \{N, A, F\}$$

$$A_N = \{\varepsilon, \alpha\}, \varepsilon \in [-R, R], \mathrm{PDF}: f(\varepsilon) = \frac{1}{2R}, \mu = 0, \sigma^2 = \frac{R^2}{3}, \alpha > 1$$

$$A_A = \{g, b \mid \alpha\}, g = good, b = bad, I_A = \varepsilon, \Pr(g) = g(x) = \begin{cases} \alpha^x, x < 0 \\ \dfrac{1}{\alpha^x}, x \ge 0 \end{cases}, \alpha > 1$$

$$A_F = p_F, I_F = \hat{\varepsilon}, \alpha$$

$$\Omega = p_F + \varepsilon, p_F \in X$$

$$\Phi = \{p_{Fi} + \varepsilon \mid \forall A_A, A_F = p_{Fi}\}$$

$$x_A \ge 0, x_F = 0$$

$$u_A(x) = -|x - x_A|^2, u_F(x) = -|x|^2$$

命題 2．3．7．不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）のもとで議会が初期信念をもち議会と同一理想点を持つ官庁からのシグナルをうける法治国家モデル 2 において，ゲームの帰結は，つぎのようになる．結果が x となる場合に官庁が議会に対して良いというシグナルを送る確率を $g(x)$，議会のεについての初期信念の確率密度関数を $h(x)$，それを官庁からの情報をうけて更新したものを $h'(x)$ とすると，ベイズ完全均衡において議会は次の政策を決定する．

$$p_F = \min\left[\left(\int_{-R}^{R} x \cdot h'(x)dx\right)^2 + \left(\int_{-R}^{R} (x-\mu)^2 \cdot h'(x)dx\right)^2\right]$$

ここで，

$$h'(x) = \begin{cases} \Pr(a < \varepsilon < b \mid g) = \dfrac{\int_a^b h(\varepsilon) \cdot \dfrac{g(a)+g(b)}{2}}{\int_{-R}^{R} h(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon} \\ \Pr(\varepsilon = y \mid g) = \dfrac{\int_a^b h(\varepsilon) \cdot \left[1 - \dfrac{g(a)+g(b)}{2}\right]}{\int_{-R}^{R} h(\varepsilon)[1-g(\varepsilon)] d\varepsilon} \end{cases}$$

（証明）

議会と同一の理想点を持つ官庁にとっての最適戦略は，自然に与えられたαとεにしたがって，シグナルを正直に送ることである．

議会の最適戦略は，初期信念と与えられたシグナルを使ってεを予測して，大きな期待効用を生むであろう政策の位置を選択することである．

議会のεについての初期信念が離散関数である場合，その p.m.f.を次のように示す．

$$h(x) > 0, \sum h(x) = 1, x \in [-R, R]$$

議会は $p_F = 0$ に対して官庁からのシグナルを受け取ることで，自身のεについての信念を更新することができる．良い，悪いというシグナルを受け取った場合，εがある値(y)である確率の予測は次のように更新される．

$$\Pr(\varepsilon = y \mid g) = \frac{h(y)g(y)}{\sum_{\varepsilon=-R}^{R} h(\varepsilon)g(\varepsilon)}, \Pr(\varepsilon = y \mid g) = \frac{h(y)[1-g(y)]}{\sum_{\varepsilon=-R}^{R} h(\varepsilon)[1-g(y)]}$$

議会はこれにより更新されたεについての予測 $h'(x)$ を用いて政策を決定する．たとえば，議会がリスク中立的であるならば，次の政策を提案する．

$$p_F = -\sum_{x \in [-R,R]} x \cdot h'(x)$$

次に，議会のεについての初期信念が連続関数である場合，その p.d.f.を次のように示す．

$$h(x) > 0, \int_{-R}^{R} h(x)dx = 1, x \in [-R, R]$$

議会は $p_F = 0$ に対して官庁からのシグナルを受け取ることで，自身のεについての信念を更新することができる．良い，悪いというシグナルを受け取った場合，εがある範囲である確率の予測は次のように更新される．

$$\Pr(a<\varepsilon<b\mid g)=\frac{\int_a^b h(\varepsilon)\cdot\frac{g(a)+g(b)}{2}}{\int_{-R}^{R} h(\varepsilon)g(\varepsilon)d\varepsilon},\Pr(\varepsilon=y\mid g)=\frac{\int_a^b h(\varepsilon)\cdot\left[1-\frac{g(a)+g(b)}{2}\right]}{\int_{-R}^{R} h(\varepsilon)[1-g(\varepsilon)]d\varepsilon}$$

議会はこれにより更新されたεについての予測 $h'(x)$ を用いて政策を決定する．その平均値，分散はそれぞれ，

$$\mu=E(X)=\int_{-R}^{R} x\cdot h'(x)dx,\ \sigma^2=E\left[(X-\mu)^2\right]=\int_{-R}^{R}(x-\mu)^2\cdot h'(x)dx$$

したがって，リスク中立的な議会であれば，$p_F=-E(X)$ を，リスク回避的で二次効用関数を持つ議会であれば，

$$p_F=\min\left[\left(\int_{-R}^{R} x\cdot h'(x)dx\right)^2+\left(\int_{-R}^{R}(x-\mu)^2\cdot h'(x)dx\right)^2\right]$$

を決定する．

（証明終り）

8．議会による情報収集可能な不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 2

ゲームフォーム

$N=\{N,A,F\}$

$A_N=\varepsilon,\varepsilon\in[-R,R],\text{p.d.f.}: f(\varepsilon)=\dfrac{1}{2R},\mu=0,\sigma^2=\dfrac{R^2}{3}$

$A_A=\{\varepsilon^+,\varepsilon^-,0\},I_A=\varepsilon$

$A_F=\begin{cases}n,p_F\\o,p_F\end{cases},I_F=\begin{cases}\hat{\varepsilon}\mid n\\\varepsilon\mid o\end{cases},n=nonobserve,o=observe$

$\Omega=p_F+\varepsilon,p_F\in X$

$\Phi=\{p_F+\varepsilon\mid\forall A_A,A_F=p_F\}$

$x_A\geq 0,x_F=0$

$u_A(x)=-|x-x_A|^2,u_F(x)=-|x|^2$

命題２．３．８．議会による情報収集可能な不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル２の政策選択ゲームのベイズ完全均衡は,

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \begin{cases} 0, (n, 0), [-R, R] \mid x_A > \dfrac{R}{n}, k \geq \left(\dfrac{R}{\sqrt{3}}\right)^2 \\ 0, (o, -\dot{\varepsilon}), \varepsilon \mid x_A > \dfrac{R}{n}, k < \left(\dfrac{R}{\sqrt{3}}\right)^2 \\ [r_i, r_{i+1}], \left(n, -\dfrac{r_i + r_{i+1}}{2}\right), [r_i, r_{i+1}] \mid x_A \leq \dfrac{R}{n}, k \geq \left(\dfrac{R}{\sqrt{3}n}\right)^2 \\ [r_i, r_{i+1}], (o, -\dot{\varepsilon}), \varepsilon \mid x_A \leq \dfrac{R}{n}, k < \left(\dfrac{R}{\sqrt{3}n}\right)^2 \end{cases}$$

（証明）

ステージ 3 において，議会が観察を選んだ場合，議会は真のεを知ることができるから，この場合，最終的な結果が確実に議会の理想点となる政策を議会は決定できる．議会，官庁はそれぞれ次の効用を得る．

$$u_F = -k, u_A = -x_A^2$$

議会は官庁からのシグナルだけから政策を決定する場合の期待効用がこれを上回るならば,観察を行わない．命題２．３．３．の準分割均衡が成り立ち，議会からのシグナルが最大限,密な場合，議会，官庁の期待効用は,

$$u_F = -\sigma^2 = -\frac{(r_{i+1} - r_i)^2}{12} = -\frac{R^2}{3n^2}, u_A = -x_A^2$$

よって，$k < \left(\dfrac{R}{\sqrt{3}n}\right)^2$ である場合，議会は観察を行う．この場合，官庁にとっても観察が行われることでその期待効用が低下するわけではないので，官庁もこの均衡戦略から逸脱する誘因を持たない.

非分割均衡しか成り立たない場合，議会，官庁の期待効用は,

$$u_F = -\left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)^2, u_A = -x_A^2$$

したがって，$k < \left(\dfrac{R}{\sqrt{3}}\right)^2$ である場合，議会は観察を行う．やはりこの場合も，官庁はこの均衡戦略から逸脱しない.

（証明終り）

9．議会による情報収集可能な不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 1

ゲームフォーム

$$N=\{N,A,F\}$$

$$A_N=\varepsilon,\varepsilon\in[-R,R], \text{p.d.f.}: f(\varepsilon)=\frac{1}{2R},\mu=0,\sigma^2=\frac{R^2}{3}$$

$$A_A=p_A, I_A=\varepsilon$$

$$A_F=\begin{cases} n,a \\ n,r \\ o,a \\ o,r \end{cases}, I_F=\begin{cases} \hat{\varepsilon}\mid n \\ \varepsilon\mid o \end{cases}, \left\langle \begin{matrix} n=nonobserve, o=observe \\ a=accept, r=reject \end{matrix} \right.$$

$$\Omega=p_A+\varepsilon, p_A\in X$$

$$\Phi=\begin{Bmatrix} p_A+\varepsilon\mid\forall A_A, A_F=(n,a),(o,a) \\ x_0\mid\forall A_A, A_F=(n,r),(o,r) \end{Bmatrix}$$

$$x_A\geq 0, x_F=0$$

$$u_A(x)=-|x-x_A|^2,$$

$$u_F(x)=\begin{cases} -|x|^2; A_F=(n,a),(n,r) \\ -|x|^2-k; A_F=(o,a),(o,r) \end{cases}, k>0$$

命題 2．3．9．議会による情報収集可能な不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 1 のベイズ完全均衡は,

when $\varepsilon < -3x_A - x_0, \varepsilon \geq x_A - x_0$, for $\forall k$,

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \{x_A - \varepsilon, (n,a), x_A - p_A\}$$

when $-3x_A - x_0 \leq \varepsilon < -2x_A - x_0$,

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \begin{cases} 4x_A + x_0, (n,a), U(-3x_A - x_0, -x_A - x_0), \text{if } \ k \geq 2x_A^3 \\ 4x_A + x_0, (o,a), \varepsilon \text{ if } \ k < 2x_A^3 \end{cases}$$

when $-2x_A - x_0 \leq \varepsilon < -x_A - x_0$,

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \begin{cases} 4x_A + x_0, (n,a), U(-3x_A - x_0, -x_A - x_0), \text{if } \ k \geq 2x_A^3 \\ 4x_A + x_0, (o,r), \varepsilon \text{ if } \ k < 2x_A^3 \end{cases}$$

when $-x_A - x_0 \leq \varepsilon < \dfrac{k^*}{2} - x_0$,

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \begin{cases} k^* + x_0 + \varepsilon, (n,r), U(-x_A - x_0, x_A - x_0), \text{if } \ k \geq f(k^*) \\ k^* + x_0 + \varepsilon, (o,a), \varepsilon, \text{if } \ k < f(k^*) \end{cases}$$

when $\dfrac{k^*}{2} - x_0 \leq \varepsilon < x_A - x_0$,

$$\{s_A, s_F, b_F\} = \begin{cases} k^* + x_0 + \varepsilon, (n,r), U(-x_A - x_0, x_A - x_0), \text{if } \ k \geq f(k^*) \\ k^* + x_0 + \varepsilon, (o,r), \varepsilon, \text{if } \ k < f(k^*) \end{cases}$$

$$k^* = \frac{8 - 2\sqrt{7}}{3} x_A, f(k^*) = \frac{(k^*)^3}{4} - x_A (k^*)^2 + x_A^2 k^*$$

（証明）

ステージ 3 で議会は自分が提案を受け入れれば，結果は $p_A + \varepsilon$ となることが，受け入れなければ $x_0 + \varepsilon$ となることが予想できる．観察をしたところで議会には修正提案権はないので，受け入れ，拒絶をした場合の政策位置は変化させられない．しかし，観察をすれば真の ε を知ることができるが，観察をしなければ官庁の提案をもとに予測した ε しか知らないまま決定をしなければならない．よって，四つの選択のそれぞれがもたらす期待効用は，

$$u_F(n,a) = -(p_A + \varepsilon)^2, u_F(n,r) = -(x_0 + \varepsilon)^2; \varepsilon = b(p_A),$$
$$u_F(o,a) = -(p_A + \varepsilon)^2 - k, u_F(o,r) = -(x_0 + \varepsilon)^2 - k; \varepsilon = \dot{\varepsilon}$$

つまり，議会は受け入れと拒絶の選択を観察の結果によっても変えないならば，観察をしない方が効用は高い．観察により効用を高めうるのは，観察により真の ε を知ることで受け入れと拒絶の選択を変更した場合だけである．その場合でも，観察の費用がその選択の変更により上昇しうる期待効用よりも高いのであれば，観察をしないほうが良い．

不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 1（命題 2．3．6．）から，議会がこのように戦略を変化させた場合，官庁の戦略がどのように変化するかを次に

考える．第一に，官庁が分割均衡を成立させる戦略をとっている場合，次の条件が成り立てば観察を議会は選ぶ.

$$u_F(o,r) > u_F(n,a) \therefore k < x_A^2 - (x_0 + \varepsilon)^2$$

官庁が分割均衡を成立させる場合のεである限り，これを満たす正の k は存在しない．よって，議会は観察をしない．官庁もこのことを予測できるので，分割均衡の戦略を変更しない.

第二に，官庁が偽のシグナルを送る誘因を持ちうるために準分割均衡しか成り立たない区間にεがある場合において，議会が観察をしたとする．真のεを知った上で，なお，選択を変えない方が効用が高ければ議会は，拒絶をしない．したがって，議会が観察をした上で拒絶を選ぶようになるのは次の条件が成り立つ場合である.

$-2x_A - x_0 \le \varepsilon < -x_A - x_0$

この場合，選択の変更を行うことによる議会の効用の上昇は,

$$\int_{2x_A}^{3x_a} x^2 dx - \int_{-2x_A}^{-x_A} x^2 dx - k = 4x_A^3 - k$$

$-3x_A - x_0 \le \varepsilon < -2x_A - x_0$の場合は，議会を観察をしても選択を結局変えないので k の効用を失う．各々の区間が成り立つと議会が予測する確率はそれぞれ二分の一だから，次の場合，議会は観察を選ぶことで期待効用を上昇させられる.

$$\frac{1}{2}\left(4x_A^3 - k\right) + \frac{1}{2}(-k) > 0 \therefore k < 2x_A^3$$

第三に，$\varepsilon \in (-x_A - x_0, x_A - x_0)$と議会が予測をし，官庁の提案を受け入れない場合，議会は観察をすることで，官庁の提案を受け入れることができるようになることで期待効用を上昇させられるなら，観察を行う．官庁もこのことを予期し，議会が観察をする上で許諾を決める場合に，自分の期待効用を最大化するように政策を提案する．それは,

$p_A = \varepsilon + x_0 + b, 0 < b < x_A$としたとき，次の最適化問題の解である.

$$\min\left\{ \int_{-x_A+b}^{\frac{b}{2}} (x - x_A)^2 dx + \int_{-\frac{b}{2}}^{x_A} (x - x_A)^2 dx \right\}$$

$$s.t.\ u_F(x \mid o) > u_F(x \mid n)$$

この条件のもと，最適化問題の上式の一階の条件を満たすbのうち，小さい方のものが解であり,

$$\partial b = -\frac{3}{4}b^2 + 4x_A b - 3x_A^2 = 0$$

$$\therefore b = \frac{8-2\sqrt{7}}{3}x_A, \frac{8+2\sqrt{7}}{3}x_A$$

よって，議会が観察する可能性がある場合，官庁は次の戦略をとるようになる．

$$s_A = \frac{8-2\sqrt{7}}{3}x_A + x_0 + \varepsilon \mid \varepsilon \in \left(-x_A - x_0, x_A - x_0\right)$$

つぎに，議会が観察をするための条件を求めると，

$$u_F\left(x \mid o\right) > u_F\left(x \mid n\right) \Leftrightarrow k < \frac{b^3}{4} - x_A b^2 + x_A^2 b$$

$$\because u_F\left(x \mid o\right) = -\left\{\int_{-x_A+b}^{\frac{b}{2}} x^2 dx + \int_{-\frac{b}{2}}^{x_A} x^2 dx\right\} - k = \frac{b^3}{4} - x_A b^2 + x_A^2 b - \frac{2x_A^3}{3} - k,$$

$$u_F\left(x \mid n\right) = -\int_{-x_A}^{x_A} x^2 dx = -\frac{2}{3}x_A^3$$

よって，$b = \dfrac{8-2\sqrt{7}}{3}x_A$ を上の条件が満たすとき，議会は観察を行う．

（証明終り）

２．４　コントロールの諸形態とその帰結

１．利益集団の情報提供つき不完全情報行政国家モデル 1

命題 2．4．1．利益集団の情報提供つき不完全情報行政国家モデル 1 のベイズ完全均衡は,

$$(s_A, s_I, s_F, b_F) = \begin{cases} x_A, 0, a, x_A \mid x_A \le x_0, \forall s_I \\ x_0, 0, r, x_0 \mid 0 \le x_0 < x_A, \forall s_I \\ 2x_I - x_0, a, a, 2x_I - x_0 \mid -x_A \le x_0 < 0, x_0 \le x_I < 0 \\ x_0, 0, r, x_0 \mid -x_A \le x_0 < 0, x_I \notin [x_0, 0) \\ x_A, 0, a, x_A \mid x_0 < -x_A, \forall s_I \end{cases}$$

（証明）

議会が官庁の理想点と現状の位置だけから持つ初期信念は，命題 2．3．1．で示したそれである．これを利益集団からのシグナルを受けて更新する．利益集団の理想点と現状の位置もまた，議会の知るところだから，利益集団のシグナルに対して議会は次のように官庁の行動を予測する．

$$p_A \in [x_0, 2x_I - x_0], x_0 < x_I$$
$$p_A \in [2x_I - x_0, x_0], x_0 > x_I$$

この予測を裏切るようなシグナルを利益集団が送ったところで，それは利益集団の効用を高めないので，利益集団はそのようなシグナリングを行わない．したがって，議会の最適戦略とそれを支える予測は次のようになる．

$$(s_F, b_F) = \begin{cases} a, x_A \mid x_A \le x_0, \forall s_I \\ r, x_0 \mid 0 \le x_0 < x_A, \forall s_I \\ a, 2x_I - x_0 \mid -x_A \le x_0 < 0, x_0 \le x_I < 0 \\ r, x_0 \mid -x_A \le x_0 < 0, x_I \notin [x_0, 0) \\ a, x_A \mid x_0 < -x_A, \forall s_I \end{cases}$$

この議会の最適戦略に対して，利益集団の最適戦略は，議会が自分のシグナルを利用する場合のみ，シグナルを送ることである．官庁の最適戦略は，議会の予測する政策を行うことである．よって，ベイズ完全均衡は,

$$\left(s_A, s_I, s_F, b_F\right)=\begin{cases} x_A, 0, a, x_A \mid x_A \le x_0, \forall s_I \\ x_0, 0, r, x_0 \mid 0 \le x_0 < x_A, \forall s_I \\ 2x_I - x_0, a, a, 2x_I - x_0 \mid -x_A \le x_0 < 0, x_0 \le x_I < 0 \\ x_0, 0, r, x_0 \mid -x_A \le x_0 < 0, x_I \notin \left[x_0, 0\right) \\ x_A, 0, a, x_A \mid x_0 < -x_A, \forall s_I \end{cases}$$

（証明終り）

2．利益集団からの情報提供つき不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 1

命題 2．4．2．利益集団からの情報提供つき不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 1 のベイズ完全均衡は,

$$\text{if}\left[\left(x_I < \frac{x_A + x_0 - R}{2}\right) \cup \left(x_I > x_A\right)\right],$$

$$\left\{s_A, s_I, s_P, b_P(\varepsilon)\right\}=\begin{cases} x_A - \varepsilon, a, a, x_A - p_A \mid \dot{x}_0 < -3x_A \\ 4x_A + x_0, a, a, U\left(-3x_A - x_0, -x_A - x_0\right) \mid -3x_A \le \dot{x}_0 < -x_A \\ \forall p_A \in \left(4x_A + x_0, x_0\right), r, r, U\left(-x_A - x_0, x_A - x_0\right) \mid -x_A \le \dot{x}_0 < x_A \\ x_A - \varepsilon, a, a, x_A - p_A \mid \dot{x}_0 \ge x_A \end{cases}$$

$$\text{if } \frac{x_A + x_0 - R}{2} \le x_I < 0,$$

$$\left\{s_A, s_I, s_P, b_P(\varepsilon)\right\}=\begin{cases} x_A - \varepsilon, a, a, x_A - p_A \mid \dot{x}_0 \le 2x_I - x_A, \dot{x}_0 > x_A \\ 2x_I - \dot{x}_0, a, a, 2x_I - x_0 - p_A \mid 2x_I - x_A < \dot{x}_0 < x_I \\ x_0, a, a, U\left(x_I - x_0, x_A - x_0\right) \mid x_I \le \dot{x}_0 \le x_A \end{cases}$$

$$\text{if } 0 \le x_I < x_A,$$

$$\left\{s_A, s_I, s_P, b_P(\varepsilon)\right\}=\begin{cases} x_A - \varepsilon, a, a, x_A - p_A \mid \dot{x}_0 \le -x_A - 2x_I, \dot{x}_0 > x_A \\ 2x_A + x_0 + (6-4n)x_I, a, a, U\left(-x_A - x_0 + 2(n-2)x_I, -x_A - x_0 + 2(n-1)x_I\right) \mid \\ \qquad -x_A + 2(n-2)x_I \le \dot{x}_0 \le -x_A + 2(n-1)x_I \\ x_0, a, a, U\left(-x_A - x_0 + 2\left(n^* - 1\right)x_I, x_A - x_0\right) \mid -x_A + 2\left(n^* - 1\right)x_I < \dot{x}_0 \le x_A \end{cases}$$

$$\dot{x}_0 = x_0 + \varepsilon,\ n < \frac{3}{2} + \frac{x_A}{2x_I}, n \in N = [1,2,3,\ldots], n^* = \max(n)$$

（証明）

議会が官庁の提案から更新するεについての予測と，そのもとでの最適戦略，それに対する官庁の最適戦略は，命題 2．3．7．で示したとおりである．したがって，ここでは議会

が利益集団のシグナルからさらにεについて学ぶことができるかどうかを考えればよい.

第一に，議会からみて官庁とは逆方向に利益集団の位置がある場合，議会は利益集団の官庁の政策を受け入れるべきというシグナルを信じることができる．なぜなら，

$$Eu_I(p_A+\varepsilon)>Eu_I(x_0+\varepsilon)\Rightarrow Eu_F(p_A+\varepsilon)>Eu_F(x_0+\varepsilon)\ for\ \forall p_A>x_0$$

このとき，利益集団は次のようにシグナル送信の戦略をとる.

$$s_I=\begin{cases} a \mid p_A\in\{\min[x_0+\varepsilon,2x_I-(x_0+\varepsilon)],\max[x_0+\varepsilon,2x_I-(x_0+\varepsilon)]\} \\ r \mid p_A\notin\{\min[x_0+\varepsilon,2x_I-(x_0+\varepsilon)],\max[x_0+\varepsilon,2x_I-(x_0+\varepsilon)]\} \end{cases}$$

官庁は議会が利益集団のシグナルを利用することがわかっている限り，利益集団が自分の政策を受け入れるべきというシグナルを送る範囲で，最も自分の理想点に近い提案を行う.

$$s_A=\begin{cases} x_A-\varepsilon \mid \varepsilon\le 2x_I-x_0-x_A,\varepsilon>x_A-x_0 \\ 2x_I-x_0-\varepsilon \mid 2x_I-x_0-x_A<\varepsilon<x_I-x_0 \\ 0 \mid x_I-x_0\le\varepsilon\le x_A-x_0 \end{cases}$$

ただし，議会は利益集団の選好が極端で，たとえ官庁の提案が議会にとって望ましいものである場合でも，官庁の提案を受け入れるべきというシグナルを送ってこない利益集団のシグナルは無視する．よって，現状を維持する結果が最も議会の理想点から離れる場合でさえ，官庁の理想点を実現するような政策提案に対してそれを受け入れるべきというシグナルを送ってこない利益集団のシグナルを議会は無視する．具体的には,

$$2x_I-x_0-R<x_A\ \therefore x_I<\frac{x_A+x_0-R}{2}$$

この場合は，命題２．３．７．と同じ均衡が成立する.

第二に，利益集団が議会からみて官庁と同じ方向に偏った選好を持ってはいるが，官庁よりは議会に近い理想点を持っている場合，議会は利益集団のシグナルが必ず真であると，利益集団の理想点だけからはいえない．そこでまず，分割均衡が成立するかどうかを考える．分割均衡が成立しているとしたら，官庁の政策に対して次のような理想点を持つ利益集団は，虚偽のシグナルを送る誘因を持つ.

$$x_I>\frac{x_0+\varepsilon+p_A+\varepsilon}{2}$$

したがって，$x_0+\varepsilon\ge x_I$ の場合は，利益集団は常に真のシグナルを送る．このうち，$x_I-x_0\le\varepsilon\le x_A-x_0$ の場合は，利益集団が受け入れるべきというシグナルを送信し，かつ官庁にとって現状以上に望ましい政策案が存在しないので，官庁は現状を変更しない．$\varepsilon>x_A-x_0$ の場合，現状を受け入れる結果よりも官庁の理想点のほうが利益集団にとっても望ましいので，官庁は自分の理想点が最終結果となるような政策を提案する.

$x_0+\varepsilon<x_I$ の場合，議会にとって利益集団のシグナルが問題なのは，次の場合，議会にとっては現状のほうが望ましいのに，利益集団は受け入れるべきというシグナルを送って

くることである．

$$-(x_0+\varepsilon)\le p_A+\varepsilon\le 2x_I-(x_0+\varepsilon)$$

つまり，幅$2x_I$の区間にわたって，利益集団は虚偽のシグナルを送ってくる可能性がある．ただし，この場合でも現状を受け入れる結果が非常に大きく負の方向に外れるほどεの値が小さいと議会は予測できれば，議会は利益集団のシグナルをそのまま受け入れられる．それには，議会にとって最悪のシナリオ，官庁は自分の理想点を実現しようとし，利益集団は議会にとっては望ましくないのに受け入れるべきというシグナルを送ってきて，議会がそれを信じることで，現状を受け入れるよりも効用を低下させることが，確実に生じない条件が成立することが必要である．これは，次の場合に成立する．

$$x_0+\varepsilon\le -x_A-2x_I\ \therefore \varepsilon\le -x_A-2x_I-x_0$$

よって，上の区間でも利益集団のシグナルから分割均衡が成立する．これら以外の残る$-x_A-2x_I-x_0<\varepsilon<x_I-x_0$の区間においては, 成立するとしても準分割均衡しか成立しない．

　準分割均衡が成立するとしたら，上述した通り，幅$2x_I$の区間にわたって，利益集団は虚偽のシグナルを送ってくる可能性があることを議会は予測できる．よって議会は利益集団のシグナルを幅$2x_I$ずつプールしながら，εを予測する．官庁はこれに対して，議会にそのような予測を立てさせることを可能とし，準分割均衡を成立させるような政策を提案することが最適戦略である．それは，εが次のような区間のとき，

$$\varepsilon\in[-x_A-2x_I-x_0,-x_A-x_0],[-x_A-x_0,-x_A-x_0+2x_I],\ldots$$

それぞれの区間において同一の結果となり，境界となる点においてはどちらの提案をとっても官庁にとっては無差別になるような政策提案を行うことである．具体的には,

$$p_A=\begin{cases}2x_A+2x_I+x_0,-x_A-2x_I-x_0\le\varepsilon\le -x_A-x_0\\ 2x_A-2x_I+x_0,-x_A-x_0\le\varepsilon\le -x_A-x_0+2x_I\\ 2x_A-6x_I+x_0,-x_A-x_0+2x_I\le\varepsilon\le -x_A-x_0+4x_I\\ \qquad\vdots\end{cases}$$

つまり,

$$p_A=2x_A+x_0+(6-4n)x_I,-x_A-x_0+2(n-2)x_I\le\varepsilon\le -x_A-x_0+2(n-1)x_I$$

ただし，n は次の条件を満たす正の整数である．

$$n<\frac{3x_I+x_A}{2x_I}$$（この条件を満たす最大のｎを n*とする）．

　第三に，利益集団が官庁と同じ方向で，官庁以上に議会から離れた理想点を持つ場合，利益集団のシグナルは議会にとって官庁の情報以上にεについての情報を伝達することはない．したがってこの場合，議会は利益集団のシグナルを無視する．結果として，この場合，命題 2．3．7．と同じ結果が成立する．

（証明終り）

3．利益集団からの情報提供つき不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 2

命題 2．4．3. 利益集団からの情報提供つき不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性）法治国家モデル 2 のベイズ完全均衡は,

if $x_I < 0$

$$\{s_A, s_I, s_F, b_F\} = \begin{cases} -x_A+\varepsilon, -x_I+\varepsilon, -\varepsilon, \varepsilon \mid \varepsilon \le 2x_I, \varepsilon \ge 2x_A \\ \forall(p_A, p_I) \notin (p_A + x_A = p_I + x_I), -x_I - x_A, [2x_I, 2x_A] \mid 2x_I < \varepsilon < 2x_A \end{cases}$$

if $0 \le x_I < x_A$

$$\{s_A, s_I, s_F, b_F\} = \begin{cases} -x_A+\varepsilon, -x_I+\varepsilon, -\varepsilon, \varepsilon \mid \varepsilon \le -2x_I, \varepsilon \ge 2x_A \\ \forall(p_A, p_I) \notin (p_A + x_A = p_I + x_I), x_I - x_A, [-2x_I, 2x_A] \mid -2x_I < \varepsilon < 2x_A \end{cases}$$

if $0 \le x_A < x_I$

$$\{s_A, s_I, s_F, b_F\} = \begin{cases} -x_A+\varepsilon, -x_I+\varepsilon, -\varepsilon, \varepsilon \mid \varepsilon \le -2x_A, \varepsilon \ge 2x_A \\ \forall(p_A, p_I) \notin (p_A + x_A = p_I + x_I), 0, [-2x_A, 2x_A] \mid -2x_A < \varepsilon < 2x_A \end{cases}$$

（証明）

（1）分割均衡が仮に成り立つとした場合，命題 2．3．5．で示したように，$-x_{A,I}+\varepsilon$ というシグナルを送ることで，情報提供者は自分の理想点を実現しようとする誘因を持つ．ところが，二者がそれぞれこの戦略をとっている場合，次の条件が成り立つことが議会にはわかる．

$$p_A + x_A = p_I + x_I$$

この場合，議会の最適戦略は,

$$p_F = x_F - \dot{\varepsilon} = -(p_A + x_A) = -(p_I + x_I)$$

この議会の戦略に対して，$-x_{A,I}+\varepsilon$ というシグナルを送り分割均衡を成立させることは,

以下の場合，それぞれの情報提供者にとっても分割均衡が成立しない場合よりも効用を上昇させる．

$$\varepsilon \notin [\min(2x_{A,I}, x_{A,I}), \max(2x_{A,I}, x_{A,I})]$$

しかしこれは分割均衡が成立する必要条件に過ぎない．情報提供者がこれ以外のシグナルを送ることで $p_A + x_A = p_I + x_I$ を成立させる動機を持たないかどうかをチェックする必要がある．利益集団の理想点の位置により次の三つに分けて考える．

(i) $0 \le x_I \le x_A$ の場合，$-2x_I + \varepsilon \le p_A + x_A = p_I + x_I \le \varepsilon$ を提示し，最終的な結果を 0 以上 $2x_I$ 以下のものとすることは, 情報提供者二人にとって議会の理想点を結果としてもたらすよりも効用を上昇させる．議会はこのことを予測し，$-2x_I - x_{A,I} \le p_{A,I} \le 2x_I - x_{A,I}$ の提案に対しては，$p_A + x_A = p_I + x_I$ は成り立っていてもシグナルをプールする．

(ii) $0 < x_A < x_I$ の場合，$-2x_A + \varepsilon \le p_A + x_A = p_I + x_I \le \varepsilon$ を提示し，最終的な結果を 0 以上 $2x_A$ 以下のものとすることは，情報提供者二人にとって議会の理想点を結果としてもたらすよりも効用を上昇させる．議会はこのことを予測し，$-2x_A - x_{A,I} \le p_{A,I} \le 2x_A - x_{A,I}$ の提案に対しては，$p_A + x_A = p_I + x_I$ は成り立っていてもシグナルをプールする．

(iii) $x_I < 0$ の場合, 議会の理想点を実現する分割均衡以外に $p_A + x_A = p_I + x_I$ を成立させる動機を両者が揃って持つことはない.

（2）$\varepsilon \in [\min(2x_{A,I}, x_{A,I}), \max(2x_{A,I}, x_{A,I})]$ の場合，次の三つの場合がある．

(i)情報提供者双方とも分割均衡を成立させないことを好む場合．つまり，次の場合,

$\varepsilon \in [\min(2x_A, x_A), \max(2x_A, x_A)] \cap [\min(2x_I, x_I), \max(2x_I, x_I)]$

この場合，二人の情報提供者は $p_A + x_A \ne p_I + x_I$ となるようにシグナルを送る．

このことから，議会は，ε について次の予測を得る．

$\varepsilon \in [\min(2x_{A,I}, x_{A,I}), \max(2x_{A,I}, x_{A,I})]$

この予測のもとでの議会の最適戦略は,

$$p_F = -\frac{\min(2x_{A,I}, x_{A,I}) + \max(2x_{A,I}, x_{A,I})}{2}$$

(ii)先にシグナルを送信する官庁は分割均衡の成立を望んでいるが，後にシグナルを送信する利益集団は分割均衡の成立を望んでいない場合.

$\varepsilon \in \{[-\infty, \min(2x_A, x_A)) \cup (\max(2x_A, x_A), \infty]\} \cap [\min(2x_I, x_I), \max(2x_I, x_I)]$

この場合，官庁が $-x_A + \varepsilon$ を送信しても，利益集団は $p_A + x_A \ne p_I + x_I$ となるシグナルを確実に送信できる．よって,（1）と同じ結果になる．

(iii)先にシグナルを送信する官庁は分割均衡の成立を望んでいないが，後にシグナルを送信する利益集団は分割均衡の成立を望んでいる場合.

$\varepsilon \in [\min(2x_A, x_A), \max(2x_A, x_A)] \cap \{[-\infty, \min(2x_I, x_I)) \cup (\max(2x_I, x_I), \infty]\}$

この場合，官庁が $-x_A + \varepsilon$ 以外を送信しても，利益集団は $p_A + x_A = p_I + x_I$ を成立させるようなシグナルを送ることができる．しかしその場合，議会は

$p_F = x_F - \dot{\varepsilon} = -(p_A + x_A) = -(p_I + x_I)$

を選択するから，官庁の提案により，最終結果も決まる．そして官庁が実現させようとする政策で利益集団が非分割均衡以上の効用を得られるような政策はない．よってこの場合

も結局，利益集団は $p_A + x_A \neq p_I + x_I$ となるシグナルを送る．
（証明終り）

命題 2．4．4　＜省略＞
命題 2．4．5　＜省略）

4．議会による官庁の理想点の選択と資源付与のもとでの非対称・対称不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性：官庁は費用を支払えば観察可能）法治国家モデル 2

ゲームフォーム

$N = \{N, A, F\}$

$A_N = \varepsilon, \varepsilon \in [-R, R], \mathrm{PDF}: f(\varepsilon) = \dfrac{1}{2R}, \int f(\varepsilon) d\varepsilon = 1, \mu = 0, \sigma^2 = \dfrac{R^2}{3}$

$A_A = p_A, I_A = \begin{cases} \dot{\varepsilon} \mid k(\cdot) > 0 \\ \hat{\varepsilon} \mid k(\cdot) = 0 \end{cases}$

$A_F = p_F, I_F = \hat{\varepsilon}$

$\Omega = p_F + \varepsilon, p_F \in X$

$\Phi = \{p_F + \varepsilon \mid \forall A_A, A_F = p_F\}$

$x_A \geq 0, x_F = 0$

$u_A(x) = -|x - x_A|^2 - k(x_A, r), u_F(x) = -|x|^2 - j$

$k(x_A, j) = k_o - k_A x_A - k_j j, k_A > 0, k_j > 0, k_o > k_A x_A + k_j j$

補題 2．4．1．議会による官庁の理想点の選択と資源付与のもとでの非対称・対称不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性：官庁は費用を支払えば観察可能）法治国家モデル 2 における官庁による情報収集が行われやすくなる条件：
官庁が情報収集を行うことは，次の条件が成り立つほど，生じやすくなる．外界の不確実性が大きくなるほど，専門化係数が大きくなるほど，効率性係数が大きくなるほど，固定費用が低くなるほど．

（証明）[1]
官庁が情報収集を行うことによる，官庁，議会の効用の上昇（情報収集の便益と呼ぶ）は，

[1] この証明はギリガンとクレーヴィル（Gilligan and Krehbiel 1990: 559-62）による証明の簡略版である．詳しくはそちらを参照されたい．

$$B\left(x_A,\sigma_\varepsilon^2\right)=\sigma_\varepsilon^2\left(1-\frac{1}{N^2}\right)-\frac{\left(N^2-1\right)}{3}x_A^2$$

他方，情報収集を行うには，官庁は費用$k\left(x_A,j\right)$がかかり，議会は資源付与の負担（j）がかかる．

よって，議会は，情報収集の便益よりも官庁の情報収集費用が高くならないようにした上で，官庁の理想点の選択と資源付与の量を，情報収集の便益を極大化するように選択する．

それは，正のラグランジュ係数λを用いて，次のラグランジュ関数の解$\left(x_A^*,j^*\right)$として求められる．

$$L\left(x_A,j,\lambda\right)=B\left(x_A,\sigma_\varepsilon^2\right)-j+\lambda\left[B\left(x_A,\sigma_\varepsilon^2\right)-k\left(x_A,j\right)\right] \quad (1)$$

ここで，包絡定理（envelop theorem；Simon and Blume 1994: 453-7）を用いることにより，次の結果を得る．

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial \sigma_\varepsilon^2}=(1+\lambda)B_{\sigma_\varepsilon^2}(\cdot)\geq 0$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial k_o}=-\lambda<0$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial k_A}=\lambda x_A^*\geq 0$$

$$\frac{\partial L(\cdot)}{\partial k_j}=j^*\geq 0$$

（証明終り）

命題2．4．6．議会による官庁の理想点の選択と資源付与のもとでの非対称・対称不完備情報（実効化する政策の位置の不確実性：官庁は費用を支払えば観察可能）法治国家モデル2における議会の制度設計は，次のようになる．第一に，専門化係数が0でない場合に限り，議会は自分とは異なる理想点を持つ官庁を任命する．第二に，効率性係数が 0 でない場合に限り，官庁へリソースを付与する．第三に，官庁へ与えるリソースの量は，官庁に情報収集を行わせるインセンティブを与える最低限のリソースとなる．

（証明）

等式（1）が$\left(x_A^*,j^*,\lambda^*\right)$において極大化されているための必要条件は，クーン・タッカーの定理（Kuhn-Tucker Theorem: Simon and Blume 1994: 439-42）を用いることにより，次のようになる．情報収集の便益関数が正の官庁の理想点とリソース付与に対して下に凸だから，この条件は同時に十分条件でもある．

$$B_x(\cdot)(1+\lambda^*)+\lambda^* k_A \leq 0 \text{ for } x_A^* \geq 0$$
$$B_x(\cdot)(1+\lambda^*)+\lambda^* k_A < 0 \text{ implies } x_A^* = 0$$
$$-(1-\lambda^* k_j) \leq 0 \text{ for } j^* \geq 0$$
$$-(1-\lambda^* k_j) < 0 \text{ implies } j^* = 0$$
$$B(x_A^*, \sigma_\varepsilon^2) - k(x_A^*, j^*) \geq 0 \text{ for } \lambda^* \geq 0$$
$$B(x_A^*, \sigma_\varepsilon^2) - k(x_A^*, j^*) > 0 \text{ implies } \lambda^* = 0$$

ここから，さらに次の各条件を得る.

if $k_A = 0$, then $x_A^* = 0$;
if $j^* > 0$, then $\lambda^* > 0$;
if $k_j = 0$, then $j^* = 0$;

（証明終り）

5．議会による権限委譲のコントロールと官庁による政策決定からなる不完備情報（実効化する政策の位置）モデル

ゲームフォーム

$$N = \{N, F, A\}$$
$$A_N = \varepsilon, \varepsilon \in [-R, R], \text{PDF}: f(\varepsilon) = \frac{1}{2R}, \int f(\varepsilon) d\varepsilon = 1, \mu = 0, \sigma^2 = \frac{R^2}{3}$$
$$A_F = d \geq x_A; I_F = \hat{\varepsilon}$$
$$A_A = p_A, p_A \in [x_0 - d, x_0 + d]; I_A = \dot{\varepsilon}$$
$$\Omega = p_A + \varepsilon, p_A \in [x_0 - d, x_0 + d], d \geq x_A$$
$$\Phi = \{p_A + \varepsilon \mid \forall A_F, \forall A_A\}$$
$$x_A \geq 0, x_F = 0$$
$$u_A(x) = -|x - x_A|^2, u_F(x) = -|x|^2$$

命題２．４．７．議会による権限委譲のコントロールと官庁による政策決定からなる不完備情報（実効化する政策の位置）モデルのベイズ完全均衡は,

$$\{s_F, s_A; b_F\} =$$
$$\begin{cases} R-\sqrt{x_A^2-x_0^2}, x_0+R-\sqrt{x_A^2-x_0^2}; U(-R,R) \text{ for } -R \le \varepsilon < x_A - x_0 - R + \sqrt{x_A^2-x_0^2} \\ R-\sqrt{x_A^2-x_0^2}, x_A-\varepsilon; U(-R,R) \text{ for } x_A - x_0 - R + \sqrt{x_A^2-x_0^2} \le \varepsilon \le x_A - x_0 + R - \sqrt{x_A^2-x_0^2} \\ R-\sqrt{x_A^2-x_0^2}, x_0-R+\sqrt{x_A^2-x_0^2}; U(-R,R), \text{ for } x_A - x_0 + R - \sqrt{x_A^2-x_0^2} < \varepsilon \le R \end{cases}$$

（証明）

ステージ 2 での官庁の最適戦略は,

$$s_A = \begin{cases} x_0 + d \text{ for } -R \le \varepsilon < x_A - x_0 - d \\ x_A - \varepsilon \text{ for } x_A - x_0 - d \le \varepsilon \le x_A - x_0 + d \\ x_0 - d \text{ for } x_A - x_0 + d < \varepsilon \le R \end{cases}$$

この官庁の最適戦略を予測するとき，議会の期待効用は,

$$Eu_F(\varepsilon) = -\int_{-R}^{x_A-x_0-d} (x_0+d+\varepsilon)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A-x_0-d}^{x_A-x_0+d} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A-x_0+d}^{R} (x_0-d+\varepsilon)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$
$$= \frac{R\{d^3 - 3Rd^2 + 3(x_0^2 - x_A^2 + R^2)d - R^3 - 3x_0^2 R\}}{3}$$

この期待効用を極大化するような権限委譲の幅を議会は選ぶ.

$$\frac{\partial Eu_F(\varepsilon)}{\partial d} = 0$$
$$d = R \pm \sqrt{x_A^2 - x_0^2}$$

外界の不確実性以上の裁量を官庁に与えることは無意味だから，この二つの解のうち，次が議会の最適戦略となる.

$$d^* = R - \sqrt{x_A^2 - x_0^2}$$

（証明終り）

6．議会による権限委譲のコントロールと官庁による政策決定からなる不完備情報（実効化する政策の位置）行政国家モデル 1

命題 2．4．8．議会による権限委譲のコントロールと官庁による政策決定からなる不完備情報（実効化する政策の位置）行政国家モデル 1 のベイズ完全均衡において，議会は官庁に完全な権限を委譲し，官庁はモデル 1 と同じ政策を実施する.

（証明）

ステージ 3 での議会の最適戦略は,

$$s_{F2} = \begin{cases} a \text{ if } |x_0 + \varepsilon| \geq |p_A + \varepsilon| \\ v \text{ if } |x_0 + \varepsilon| < |p_A + \varepsilon| \end{cases}$$

ステージ 2 で，官庁は，議会に拒否権を行使されない範囲で，与えられた裁量で可能な限り，自分の理想点に近い政策を実施することが最適戦略である．

$$s_A = \begin{cases} x_0 + d \text{ for } [(\varepsilon \leq -x_A - x_0) \cup (x_A - x_0 \leq \varepsilon)] \cap (\varepsilon < x_A - x_0 - d) \\ x_A - \varepsilon \text{ for } [(\varepsilon \leq -x_A - x_0) \cup (x_A - x_0 \leq \varepsilon)] \cap (x_A - x_0 - d \leq \varepsilon \leq x_A - x_0 + d) \\ x_0 - d \text{ for } [(\varepsilon \leq -x_A - x_0) \cup (x_A - x_0 \leq \varepsilon)] \cap (x_A - x_0 + d < \varepsilon) \\ x_0 + \varepsilon \text{ for } -x_0 < \varepsilon < x_A - x_0 \\ x_0 + d \text{ for } (-x_A - x_0 \leq \varepsilon \leq -x_0) \cap \left(\varepsilon < -x_0 - \dfrac{d}{2}\right) \\ -x_0 - \varepsilon \text{ for } (-x_A - x_0 \leq \varepsilon \leq -x_0) \cap \left(-x_0 - \dfrac{d}{2} \leq \varepsilon \leq -x_0 + \dfrac{d}{2}\right) \\ x_0 - d \text{ for } (-x_A - x_0 \leq \varepsilon \leq -x_0) \cap \left(\varepsilon > -x_0 + \dfrac{d}{2}\right) \end{cases}$$

整理しなおすと,

if $d \geq 2x_A, d \geq R + x_A - x_0$

$$s_A = \begin{cases} x_A - \varepsilon \text{ for } -R \leq \varepsilon \leq -x_A - x_0 \\ -x_0 - \varepsilon \text{ for } -x_A - x_0 \leq \varepsilon \leq -x_0 \end{cases}$$

if $2x_A \leq d < R + x_A - x_0$

$$s_A = \begin{cases} x_0 + d \text{ for } \text{-}R \leq \varepsilon < x_A - x_0 - d \\ x_A - \varepsilon \text{ for } x_A - x_0 - d \leq \varepsilon \leq -x_A - x_0 \\ -x_0 - \varepsilon \text{ for } -x_A - x_0 \leq \varepsilon \leq -x_0 \end{cases}$$

if $d < 2x_A$

$$s_A = \begin{cases} x_0 + d \text{ for } \text{-}R \leq \varepsilon \leq -x_0 - \frac{1}{2}d \\ -x_0 - \varepsilon \text{ for } -x_0 - \frac{1}{2}d < \varepsilon \leq -x_0 \end{cases}$$

if $d \geq R - x_A + x_0$

$s_A = x_A - \varepsilon \text{ for } x_A - x_0 \leq \varepsilon \leq R$

if $d < R - x_A + x_0$

$$s_A = \begin{cases} x_A - \varepsilon \text{ for } x_A - x_0 \leq \varepsilon \leq x_A - x_0 + d \\ x_0 - d \text{ for } x_A - x_0 + d < \varepsilon \leq R \end{cases}$$

for $\forall d$

$s_A = x_0 + \varepsilon \text{ for } -x_0 < \varepsilon < x_A - x_0$

ステージ 1 では，議会は，ステージ 2 の官庁の行動を予測し，次の期待効用を得る．各々の期待効用を極大化するよう，議会は官庁への権限委譲の幅を決定する．次の六つのケースに分けられる．

第一のケースは，

if $d \geq \max\left(2x_A, R + x_A - x_0, R - x_A + x_0\right)$

$$Eu_F(\varepsilon) = -\int_{-R}^{-x_A - x_0} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_A - x_0}^{-x_0} \left(-x_0 - \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_0}^{x_A - x_0} \left(x_0 + \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0}^{R} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$= x_A^3 - \frac{x_A^3}{3R}$$

この場合，議会の期待効用は，権限委譲の程度によらない．つまり，議会が権限委譲のコントロールを行わない場合，議会が得られる期待効用を示している．よってこれ以外のケースの期待効用を極大化したものが，このケースの期待効用を上回らないのであれば，議会は，官庁に無条件で権限委譲を行うことが最適戦略である．

そこで，第二以下のケースについて，議会の期待効用とそれを最大化する権限委譲の程度を求めると，次のようになる．

$$\text{if} \ \left(d \geq 2x_A\right) \cap \left(d \geq R + x_A - x_0\right) \cap \left(d < R - x_A + x_0\right)$$

$$Eu_F(\varepsilon) = -\int_{-R}^{-x_A - x_0} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_A - x_0}^{-x_0} \left(-x_0 - \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_0}^{x_A - x_0} \left(x_0 + \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$- \int_{x_A - x_0}^{x_A - x_0 + d} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0 + d}^{R} \left(x_0 - d\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$= -\frac{3d^3 + 3\left(R - x_A + 3x_0\right)d^2 + 3\left(x_A^2 - x_0^2 + 2x_A - 2x_0 - 2R\right)d}{6R}$$

$$-\frac{3x_A^2 R - x_A^3 - 3x_A^2 x_0 + 3x_0^2 R - 3x_A x_0^2 + 3x_0^3}{6R}$$

$$\frac{\partial Eu_F(\varepsilon)}{\partial d} = \frac{3}{2R} d^2 - \frac{\left(R - x_A + 3x_0\right)}{R} d - \frac{x_A^2 - x_0^2 + 2x_A - 2x_0 - 2R}{2R}$$

$$d^* = \frac{R - x_A + 3x_0 \pm \sqrt{4x_A^2 - 2x_A R + R^2}}{3}$$

次に，第三のケースは,

$$\text{if} \ \left(d \geq 2x_A\right) \cap \left(d < R + x_A - x_0\right) \cap \left(d \geq R - x_A + x_0\right)$$

$$Eu_F(\varepsilon) = -\int_{-R}^{x_A - x_0 - d} \left(x_0 + d\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0 - d}^{-x_A - x_0} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$- \int_{-x_A - x_0}^{-x_0} \left(-x_0 - \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_0}^{x_A - x_0} \left(x_0 + \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0}^{R} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$= \frac{d^3 - \left(3R - 3x_A - 9x_0\right)d^2 - \left(3x_0^2 + 6x_0 x_A + 3x_A^2 - 6x_0 R\right)d}{6R}$$

$$-\frac{\left(3Rx_A^2 - x_A^3 + x_A^2 x_0 - 3x_A x_0^2 + 3x_0^2 R - 3x_0^3\right)}{6R}$$

$$\frac{\partial Eu_F(\varepsilon)}{\partial d} = \frac{3}{2R} d^2 - \left(\frac{R - x_A - 3x_0}{R}\right) d - \frac{\left(x_0 + x_A\right)^2}{2R} + x_0$$

$$d^* = \frac{R + x_A - 3x_0 \pm \sqrt{4x_A^2 + 2x_A R + R^2}}{3}$$

第四のケースは,

$$\left(d \geq 2x_A\right) \cap \left(d < R + x_A - x_0\right) \cap \left(d < R - x_A + x_0\right)$$

$$Eu_F(\varepsilon) = -\int_{-R}^{x_A - x_0 - d} \left(x_0 + d\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0 - d}^{-x_A - x_0} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$- \int_{-x_A - x_0}^{-x_0} \left(-x_0 - \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0}^{x_A - x_0 + d} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0 + d}^{R} \left(x_0 - d\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$\frac{\partial Eu_F(\varepsilon)}{\partial d} = -x_A^2 R + \frac{\left(x_0 - d\right)^2 R}{2} + \frac{\left(x_0 + d\right)^2 R}{2} - R\left(x_0 + d\right)\left(x_A - d - x_0 + R\right) + R\left(x_0 - d\right)\left(-x_A - d + x_0 + R\right)$$

$$d^* = \frac{R \pm \sqrt{3x_A^2 + 6x_A x_0 - 9x_0^2 + R^2}}{3}$$

第五のケースは,

$$\text{if } \left(d < 2x_A\right) \cap \left(d \geq R - x_A + x_0\right)$$

$$Eu_F(\varepsilon) = -\int_{-R}^{-x_0 - \frac{d}{2}} \left(x_0 + d\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_0 - \frac{d}{2}}^{-x_0} \left(-x_0 - \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_0}^{x_A - x_0} \left(x_0 + \varepsilon\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$- \int_{x_A - x_0}^{R} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$= -\frac{-11d^3 + 24\left(R - 2x_0\right)d^2 + 12\left(4x_0 R - 5x_0^2\right)d + 24\left\{Rx_0^2 - x_0^3 + x_A^2\left(R - x_A + x_0\right)\right\}}{48R}$$

$$\frac{\partial Eu_F(\varepsilon)}{\partial d} = \frac{11}{16R} d^2 - \frac{R - 2x_0}{R} d - \frac{4x_0 R - 5x_0^2}{4R}$$

$$d^* = \frac{2\{4R - 8x_0 \pm \sqrt{16R^2 - 20x_0 R + 9x_0^2}\}}{11}$$

第六のケースは,

$$\text{if } (d < 2x_A) \cap (d < R - x_A + x_0)$$

$$Eu_F(\varepsilon) = -\int_{-R}^{-x_0-\frac{d}{2}} (x_0 + d)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_0-\frac{d}{2}}^{-x_0} (-x_0 - \varepsilon)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{-x_0}^{x_A - x_0} (x_0 + \varepsilon)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$- \int_{x_A - x_0}^{x_A - x_0 + d} x_A^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0 + d}^{R} (x_0 - d)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$= -\frac{3x_A^2(d + R - x_A - x_0) + 2x_A^3 + 3(x_0 - d)^2(-d + R - x_A + x_0)}{6R}$$

$$\frac{\partial Eu_F(\varepsilon)}{\partial d} = -\frac{3}{2R}d^2 + 2x_0 d + \frac{x_A^2 - 3x_0^2 - 2x_0 R + 2x_0 x_A}{2R}$$

$$d^* = \frac{2}{35}\left(-4x_A + 4x_0 + 8R \pm \sqrt{86x_A^2 + 108x_A x_0 - 369x_0^2 - 64x_A R - 64x_0 R + 64R^2}\right)$$

ところが，以上に見たケースのいずれにおいても，期待効用の最大値は，ケース 1 の場合のそれを上回らない．したがって，ステージ 1 において議会は，あらゆる場合において，最大限の権限を官庁に与えることが最適戦略である．

（証明終わり）

7．議会内部の利害対立と権限委譲の幅のコントロール

（ゲームフォーム）

$N = \{F, A, O\}$

$A_F = [(A, d), p_F]$

$A_{Ai} = p_{Ai}, p_{Ai} \in [-d, d], i = 1,2$

$A_O = p_O, p_O \in X$

$\Omega = \{(A, d), p_{A1}, p_{A2}, \varnothing\}, \{(A, d), p_{A1}, \varnothing, p_0\}, \{p_F, \varnothing, \varnothing, p_0\}$

$\Pr(p_{A2} \mid A_F = A) = q, \Pr(p_O \mid A_F = A) = 1 - q, q = f(d) \in [0,1], f'(d) > 0$

$$\Phi = \begin{cases} p_{A1}, p_{A2} \mid \Omega = \{(A, d), p_{A1}, p_{A2}, \varnothing\} \\ p_{A1}, p_O \mid \Omega = \{(A, d), p_{A1}, \varnothing, p_0\} \\ p_F, p_O \mid \Omega = \{p_F, \varnothing, \varnothing, p_0\} \end{cases}$$

$u_j(x) = -|x_1 - x_j|^2 - \delta |x_2 - x_j|^2$

命題 2．4．9．議会内部の利害対立と権限委譲の幅のコントロールのゲームのサブゲーム完全均衡は，

when $(x_O)^2 \geq \frac{1+\delta q}{\delta q}\{\min(d, x_A)\}^2$,

$$\{s_F, s_A, s_O\} = \begin{cases} (A, \infty), x_A, x_O, \text{ if } -(1+\delta)x_A^2 \geq g(d^*) \\ (A, d^*), x_A, x_O, \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$d^* = \max\left[-\delta d^2 f(d) + \delta x_O^2 f(d) - d^2 - \delta x_O^2\right]$$

$$g(d^*) = -\delta(d^*)^2 f(d^*) + \delta x_O^2 f(d^*) - (d^*)^2 - \delta x_O^2$$

when $(x_O)^2 < \frac{1+\delta q}{\delta q}\{\min(d, x_A)\}^2$,

$$\{s_F, s_A, s_O\} = \{x_F, \varnothing, x_O\}$$

（証明）

ステージ 3，2 での F2 の最適戦略は,

$$s_O = x_O$$

同じく官庁の最適戦略は,

$$s_A = \min(d, x_A)$$

議会が官庁に権限委譲した場合の期待効用は,

$$Eu_F(A, d) = -\{\min(d, x_A)\}^2 - \delta\left[q\{\min(d, x_A)\}^2 + (1-q)x_O^2\right]$$

$$Eu_F(O) = -\delta x_O^2$$

よって，次の場合，議会は権限委譲を行うべきである．

$$(x_O)^2 \geq \frac{1+\delta q}{\delta q}\{\min(d, x_A)\}^2$$

権限委譲を行う場合，議会の期待効用は,

$$Eu_F(x) = -\left\{\min(d, x_A)^2 - x_O^2\right\}\delta q - \left\{\min(d, x_A)^2 + \delta x_O^2\right\}$$

したがって， $d \geq x_A$ の権限委譲を行うならば，官庁に最大限の権限委譲を行うことが議会の期待効用を最大化する．このとき期待効用は， $Eu_F(x) = -(1+\delta)x_A^2$ となる．

それ以下の権限委譲を行う場合， $d^* = \max\left[-\delta d^2 f(d) + \delta x_O^2 f(d) - d^2 - \delta x_O^2\right]$ となるような権限委譲を行うことが議会の期待効用を最大化する．

（証明終り）

8．議会による権限委譲のコントロールと官庁による政策決定からなる不完備情報（実効化する政策の位置）行政国家モデル 1（委員会を通しての不完備情報の収集）

命題 2．4．10．議会による権限委譲のコントロールと官庁による政策決定からなる不完備情報（実効化する政策の位置）行政国家モデル 1（委員会を通しての不完備情報の収集）の議会の最適戦略は,

$$d=\begin{cases}\infty \text{ if } \dfrac{x_A+x_0-R}{2}\le x_I<0 \\ d^*\ge R-\sqrt{x_A^2-x_0^2} \text{ if } 0\le x_I\le x_A \\ R-\sqrt{x_A^2-x_0^2} \text{ otherwise}\end{cases}$$

（証明）

委員会の理想点の位置によって三つのケースに分けられる．委員会のシグナルと議会の拒否権行使の選択の関係は，命題 2．4．3．に示したとおりである．第一に，委員会の理想点が官庁のそれ以上に議会からはなれている場合，委員会のアドバイスを議会は聴くことはない．したがって，この場合，命題 2．4．11．と同じになる．第二に，委員会の理想点が負の領域にある場合，官庁の最適戦略は,

$$s_A=\begin{cases}x_A-\varepsilon \mid \varepsilon\le 2x_C-x_0-x_A, d\ge x_A-x_0 \\ x_0+d \mid \varepsilon\le 2x_C-x_0-x_A, d<x_A-x_0 \\ x_A-\varepsilon \mid \varepsilon> x_A-x_0, d\ge -x_A+x_0 \\ x_0+d \mid \varepsilon> x_A-x_0, d< -x_A+x_0 \\ 2x_C-x_0+\varepsilon \mid 2x_C-x_0-x_A<\varepsilon<x_C-x_0, d\ge 2x_C-2x_0-\varepsilon \\ x_0+d \mid 2x_C-x_0-x_A<\varepsilon<x_X-x_0, d<2x_C-2x_0-\varepsilon \\ x_0 \mid x_C-x_0\le\varepsilon\le x_A-x_0\end{cases}$$

この官庁の戦略を予測するとき，議会の期待効用は,

when $d\ge x_A-x_0, d\ge 2(x_C-x_0)-\varepsilon; \varepsilon\in(2x_C-x_0-x_A, x_C-x_0)$

$$Eu_F(d)=-\int_{-R}^{2x_C-x_0-x_A} x_A^2\frac{1}{2R}d\varepsilon-\int_{2x_C-x_0-x_A}^{x_C-x_0}(2x_C-x_0+2\varepsilon)^2\frac{1}{2R}d\varepsilon-\int_{x_C-x_0}^{x_A-x_0}(x_0+\varepsilon)^2\frac{1}{2R}d\varepsilon-\int_{x_A-x_0}^{R}x_A^2\frac{1}{2R}d\varepsilon$$

この場合，議会の期待効用は，官庁への権限委譲の程度と独立である．

when $d<x_A-x_0, d\ge 2(x_C-x_0)-\varepsilon; \varepsilon\in(2x_C-x_0-x_A, x_C-x_0)$

$$Eu_F(d)=-\int_{-R}^{2x_C-x_0-x_A}(x_0+d+\varepsilon)^2\frac{1}{2R}d\varepsilon-\int_{2x_C-x_0-x_A}^{x_C-x_0}(2x_C-x_0+2\varepsilon)^2\frac{1}{2R}d\varepsilon$$

$$-\int_{x_C-x_0}^{x_A-x_0}(x_0+\varepsilon)^2\frac{1}{2R}d\varepsilon-\int_{x_A-x_0}^{R}(x_0+d+\varepsilon)^2\frac{1}{2R}d\varepsilon$$

when $d < x_A - x_0, d < 2(x_C - x_0) - \varepsilon; \varepsilon \in (2x_C - x_0 - x_A, x_C - x_0)$

$$Eu_F(d) = -\int_{-R}^{x_C - x_0} (x_0 + d + \varepsilon)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_C - x_0}^{x_A - x_0} (x_0 + \varepsilon)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{x_A - x_0}^{R} (x_0 + d + \varepsilon)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

$$= -\frac{1}{2R}\left[d\left(x_C^2 + x_C - x_A^2 - x_A + 2R\right) + R\left(R^2 + 2x_0\right)\right]$$

この場合も，議会の期待効用は，官庁へ権限委譲を行うならば，官庁への権限委譲を与えられた条件のもとで最大にした場合に，極大値をとる．

よって，上の三つのケースをまとめれば，委員会の理想点が負の領域にある場合は，官庁には無条件で権限を委譲することが，議会にとって最適戦略となる．

第三に，委員会の理想点が議会と官庁のそれの間にある場合は，命題 2．4．3．に示したように，議会は委員会からのアドバイスを割り引きながら利用する．この場合，closed form で解を求めることは不可能である．grid-search technique を使うことで，任意の A と C の組み合わせに対する最適な裁量の量は，命題 2．4．7．の場合以上であることがわかる（Epstein and O'Harollan 1999b: 55）．

（証明終り）

9．議会による官庁の理想点の選択（一定の不確実性を持つ）と，権限委譲の程度のコントロール（官庁の理想点の不確実性と正，官庁の情報収集力と正の関係）のもとでの不完備情報（実効化される政策の位置）モデル

ゲームフォーム

$N = \{N, F, A\}$

$$A_N = \begin{cases} \varepsilon, \varepsilon \in [-R, R], \text{PDF}: f(\varepsilon) = \dfrac{1}{2R}, \int f(\varepsilon) d\varepsilon = 1, \mu = 0, \sigma_\varepsilon^2 = \dfrac{R^2}{3} \\ \tau, E(\tau) = 0, \text{var}(\tau) = \sigma_A^2\left(1 - e^{-sd}\right) \\ \delta, E(\delta) = 0, \text{var}(\delta) = \sigma_\varepsilon^2 e^{-rd} \end{cases}$$

$A_F = (\tilde{x}_A, d), d \geq x_A; I_F = \hat{\varepsilon}; x_A = \tilde{x}_A + \tau$

$A_A = p_A, p_A \in [x_0 - d, x_0 + d]; I_A = \dot{\varepsilon},$

Ω

$\Phi = \{p_A + \varepsilon + \delta \mid \forall A_F, \forall A_A\}$

$x_A \geq 0, x_F = 0$

$u_A(x) = -|x - x_A|^2, u_F(x) = -|x|^2$

命題 2．4．11．議会による官庁の理想点の選択（一定の不確実性を持つ）と，権限委譲の

程度のコントロール（官庁の理想点の不確実性と正，官庁の情報収集力と正の関係）のもとでの不完備情報（実効化される政策の位置）モデルのベイズ完全均衡は,

$$\{s_F, s_A, b_F(\varepsilon)\} = \begin{cases} (0,\infty), x_A - \varepsilon, p_A - (\tilde{x}_A + \tau) \text{ if } r < s, \sigma_A^2 < \sigma_\varepsilon^2 \\ (0,0), \phi, U(-R,R) \text{ if } \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_A^2} < \dfrac{s}{r}, \sigma_A^2 > \sigma_\varepsilon^2 \\ \left(0, \dfrac{\ln \dfrac{r\sigma_\varepsilon^2}{s\sigma_A^2}}{r-s}\right), x_A - \varepsilon, p_A - (\tilde{x}_A + \tau) \text{ if } r > s, \dfrac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_A^2} > \dfrac{s}{r} \end{cases}$$

（証明）

命題２．４．７．より，議会は官庁の理想点の期待値を自分の理想点に一致させる．

$\tilde{x}_A = 0$

このとき，議会の期待効用は,

$$Eu_F(d, \tilde{x}_A) = -(\tau + \delta)^2$$

これを極大化するように議会は選択する．その一階の条件は,

$$\frac{\partial Eu_F(d)}{\partial d} = -\left[\sigma_A^2\left(1 - e^{-sd}\right)\right]' - \left(\sigma_\varepsilon^2 e^{-rd}\right)' = 0$$

$$r\sigma_\varepsilon^2 e^{-rd} - s\sigma_A^2 e^{-sd} = 0$$

$$d^* = \frac{\ln \dfrac{r\sigma_\varepsilon^2}{s\sigma_A^2}}{r-s}$$

$$d^* > 0 \Rightarrow \left[(r - s > 0) \cap \left(\frac{r\sigma_\varepsilon^2}{s\sigma_A^2} > 1\right)\right] \cup \left[(r - s < 0) \cap \left(0 < \frac{r\sigma_\varepsilon^2}{s\sigma_A^2} < 1\right)\right]$$

二階の十分条件は,

$$\frac{\partial^2 Eu_F(d, \tilde{x}_A)}{\partial \tilde{x}_A{}^2} = -2 < 0$$

$$\frac{\partial^2 Eu_F(d, \tilde{x}_A)}{\partial d^2} = -r^2\sigma_\varepsilon^2 e^{-rd} + s^2\sigma_A^2 e^{-sd} < 0$$

$$\frac{\partial^2 Eu_F(d, \tilde{x}_A)}{\partial \tilde{x}_A{}^2}\frac{\partial^2 Eu_F(d, \tilde{x}_A)}{\partial d^2} - \left(\frac{\partial^2 Eu_F(d, \tilde{x}_A)}{\partial \tilde{x}_A \partial d}\right)^2 = 2\left(r^2\sigma_\varepsilon^2 e^{-rd} - s^2\sigma_A^2 e^{-sd}\right)$$

この条件は，$r > s$ であれば，d^* において満たされる．

よって，$r > s, \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_A^2} > \frac{s}{r}$ であるとき，議会の最適な権限委譲の幅は，$d^* = \frac{\ln \frac{r\sigma_\varepsilon^2}{s\sigma_A^2}}{r-s}$ である．

$r > s, \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_A^2} < \frac{s}{r}$ であるとき，期待効用の極大値をもたらす権限委譲の幅は負ということになる．仮定からこれはありえないので，この場合，権限委譲は行われない．

$r < s, \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_A^2} < \frac{s}{r}$ であるとき，二階の条件から，一階の条件を満たす d^* は極小値であることがわかる．したがって，権限委譲の幅が次のどちらかの場合に期待効用の極大値をとる．

$d^* = 0, \infty$

それぞれの場合の議会の期待効用は,

$$Eu_F(\tilde{x}_A, 0) = -\sigma_\varepsilon^2, Eu_F(\tilde{x}_A, \infty) = -\sigma_A^2$$

したがって,

$$\sigma_A^2 > \sigma_\varepsilon^2 \Rightarrow d^* = 0$$
$$\sigma_A^2 < \sigma_\varepsilon^2 \Rightarrow d^* = \infty$$

（証明終り）

１０．第三者の利用と官庁への権限委譲の選択

命題 2．4．12．不完備情報（実効化される政策の位置）のもとで，委員会（情報収集力に制限）を利用しての議会自身による政策決定と官庁への権限委譲（裁量に対するコントロール）による政策決定の二つの議会による選択は,

when $x_A \le R$

$$s_A = \begin{cases} C \text{ if } \left[\left(|x_C| \le \frac{R}{2} \right) \cap \left(\frac{R}{12}\left(-8x_A^3 - R + 12x_A^2 R\right) \ge 0 \right) \right] \\ \cup \left[\left(|x_C| > \frac{R}{2} \right) \cap \left(\frac{R}{3}\left(-2x_A^3 - R + 3x_A^2 R\right) \ge 0 \right) \right] \\ A \text{ otherwise} \end{cases}$$

when $x_A > R$

$s_A = C$

（証明）

命題 2．3．4．より，委員会のシグナルを利用しつつ自ら決定を行う場合の議会の期待効用

は,

$$Eu_F(C)=\begin{cases}-\dfrac{R^2}{12}\ \text{if}\ |x_C|\le\dfrac{R}{2}\\ -\dfrac{R^2}{3}\ \text{if}\ |x_C|>\dfrac{R}{2}\end{cases}$$

命題 2. 4. 11. より, 官庁に最適な裁量を与えつつ権限委譲を行う場合の期待効用は, $x_A \le R$ の場合,

$$Eu_F(A)=\frac{x_A^2R(2x_A-3R)}{3}$$

よって以下が正のときは委員会の利用，負のときは，官庁への権限委譲を選択する.

$$Eu_F(C)-Eu_F(A)=\begin{cases}\dfrac{R}{12}\left(-8x_A^3-R+12x_A^2R\right)\text{if}\ |x_C|\le\dfrac{R}{2}\\ \dfrac{R}{3}\left(-2x_A^3-R+3x_A^2R\right)\text{if}\ |x_C|>\dfrac{R}{2}\end{cases}$$

$x_A > R$ の場合，官庁への権限委譲は行われないので，委員会のシグナルのみを利用する.
（証明終り）

１1．不完備情報（実効化される政策の位置）のもとで，委員会（情報収集力に制限）を利用しての議会自身による政策決定と官庁への権限委譲（裁量に対するコントロール）による政策決定の二つの議会による選択（委員会のシグナル送信後）

命題 2．4．13．不完備情報（実効化される政策の位置）のもとで，委員会（情報収集力に制限）を利用しての議会自身による政策決定と官庁への権限委譲（裁量に対するコントロール）による政策決定の二つの議会による選択（委員会のシグナル送信後）は,

（1） $x_C \le \dfrac{R^3-12Rx_A^2+8x_A^3}{24\left(x_A^2-x_AR\right)}$ かつ $\dfrac{R}{2}\le x_A \le R$ の場合，委員会は命題 2．3．4．で示した戦略をとる．議会は委員会のシグナルを用いて自ら政策を決定する

（2） $x_C > \dfrac{R^3-12Rx_A^2+8x_A^3}{24\left(x_A^2-x_AR\right)}$ かつ $\dfrac{R}{2}\le x_A \le R$ の場合，委員会はシグナルを送信しない．議会は官庁に $d=R-x_A$ で権限委譲を行う.

（3） $x_C \in\left[-\dfrac{R}{2},\dfrac{-6Rx_A-R^2}{24x_A}\right]$ かつ $0\le x_A \le \dfrac{R}{2}$ の場合，委員会は命題 2．3．4．で示したようにシグナルを送信する．議会はそのシグナルを受けつつ，官庁に $d=\dfrac{R}{2}-x_A$ で権限委譲を行う.

（4） $x_C \notin \left[-\frac{R}{2}, \frac{-6Rx_A - R^2}{24x_A}\right]$ かつ $0 \le x_A \le \frac{R}{2}$ の場合，委員会はシグナルを送信しない．議会は官庁に $d = R - x_A$ で権限委譲を行う．

（2），（3），（4）で，議会からの権限委譲を受けた場合，官庁は命題 2．4．11．で示したとおり，政策を決定する．

（証明）

ステージ 3 の官庁の最適戦略は，命題 2．4．11．のステージ 2 の官庁のそれと同じである．ステージ 1 と 2 の委員会と議会の戦略は，この官庁の戦略についての予測の上で立てられる．命題 2．3．4．より，委員会と議会の間に準分割均衡が成立するならば，議会は委員会のシグナルを利用して，シグナルが正ならば $-\frac{R}{2}$，負ならば $\frac{R}{2}$ を権限委譲の起点とすることにより，結果についての予測を $p_A + \varepsilon \in \left[-\frac{R}{2}, \frac{R}{2}\right]$ に更新する．したがって，準分割均衡が成立しており，官庁の理想点がこの範囲の外にあるならば，議会は官庁への権限委譲を行わない．逆に，官庁の理想点がこの範囲内であれば，準分割均衡が成立していても，議会は官庁への権限委譲を行いうる．そこで，$0 \le x_A \le \frac{R}{2}, \frac{R}{2} \le x_A \le R$ の二つの場合を分けて考える．

（1） $\frac{R}{2} \le x_A \le R$ の場合；委員会が準分割均衡を成立させなければ，議会は必ず権限委譲を行う（$x_A \le R$ だから）．この場合，命題 2．4．11．にみたように，$x_0 = 0, d = R - x_A$ を議会は設定する．このとき，議会の期待効用は，$Eu_F = \frac{x_A^2 R(2x_A - 3R)}{3}$ となる．

他方，準分割均衡が成立すれば，命題 2．3．4．にみたように，議会は自分の理想点が期待値となるように政策を選択する．よって，委員会にとって非分割均衡を成立させるほうが準分割均衡を成立させるよりも効用が大きくなるのは次の場合である．

$$-\int_{-R}^{2x_A - R} \left[x_C - (\varepsilon + R - x_A)\right]^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{2x_A - R}^{R} \left[x_C - x_A\right]^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon >$$

$$-\int_{-R}^{0} \left(x_C - \varepsilon - \frac{R}{2}\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon - \int_{0}^{R} \left(x_C - \varepsilon + \frac{R}{2}\right)^2 \frac{1}{2R} d\varepsilon$$

整理して

$$\frac{24\left(x_A R - x_A^2\right)x_C + R^3 - 12Rx_A^2 + 8x_A^3}{12R} > 0$$

$$\therefore x_C > \frac{R^3 - 12Rx_A^2 + 8x_A^3}{24\left(x_A^2 - x_A R\right)}$$

よって，$x_C \leq \dfrac{R^3 - 12Rx_A^2 + 8x_A^3}{24\left(x_A^2 - x_A R\right)}$ の場合，委員会は準分割均衡を成立させようとする．

準分割均衡が成り立つ場合，議会の期待効用は，$-\dfrac{R^3}{12}$ である．$\dfrac{R}{2} \leq x_A \leq R$ であるならば，権限委譲を行ったときの期待効用を上回るので，議会もこの準分割均衡から離脱する誘因を持たない．

（2）$0 \leq x_A \leq \dfrac{R}{2}$ の場合；この場合，委員会が準分割均衡を成立させても，議会は官庁への権限委譲を選びうる．準分割均衡が成立している場合，上述したように，議会は結果についての予測を $p_A + \varepsilon \in \left[-\dfrac{R}{2}, \dfrac{R}{2}\right]$ に更新する．このもとで官庁に対して権限委譲をするならば $x_0 = 0, d = \dfrac{R}{2} - x_A$ を議会は設定する．この設定を行い権限委譲をするならば，その場合の期待効用は委員会のシグナルを用いて議会が自分で決定を行う場合の期待効用を必ず上回る．よって，委員会が準分割均衡を成立させるか否かにかかわらず，必ず官庁への権限委譲が選択される．

したがって委員会のシグナルは，議会の権限委譲を行うか否かの選択には影響しないが，しかし議会の ε についての予測，ひいては議会による権限委譲の幅の設定には影響を与える．委員会が準分割均衡を成立させれば，上述したように $d = \dfrac{R}{2} - x_A$ が官庁に与えられるが，成立させなければ，議会の ε の予測は，$b(\varepsilon) \in [-R, R]$ にとどまるので，官庁に与えられる裁量は，$d = R - x_A$ となる．よって，委員会にとって準分割均衡を成立させない方が期待効用が高くなる条件は，

$$-\int_{-R}^{2x_A - R}\left[x_C - \left(\varepsilon + R - x_A\right)\right]^2 \frac{1}{2R}d\varepsilon - \int_{2x_A - R}^{R}\left[x_C - x_A\right]^2 \frac{1}{2R}d\varepsilon >$$

$$-\int_{-R}^{2x_A - \frac{R}{2}}\left[x_C - \left(\varepsilon + \frac{R}{2} - x_A\right)\right]^2 \frac{1}{2R}d\varepsilon - \int_{2x_A - \frac{R}{2}}^{\frac{R}{2}}\left[x_C - x_A\right]^2 \frac{1}{2R}d\varepsilon - \int_{\frac{R}{2}}^{R}\left[x_C - \left(\varepsilon - \frac{R}{2} + x_A\right)\right]^2 \frac{1}{2R}d\varepsilon$$

整理して

$$\frac{R^2\left\{R^2+6x_A\left(4x_C+R\right)\right\}}{24}>0$$

$$\therefore x_C>\frac{-6Rx_A-R^2}{24x_A}$$

この場合には委員会は準分割均衡を成立させる誘因を持たない．

（証明終わり）

３．２　官庁内の上下ユニット間の関係

１．　　競合提案者としてのスタッフ

命題 3．2．1．部下（提案権），スタッフ（修正提案権），上司（決定権）の三者による政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡は,

when $x_{st} \geq x_{sb}$

$$\left(s_{sb}, s_{st}, s_{sp}\right) = \begin{cases} x_{sb}, x_{sb}, a \text{ if } \left|x_0\right| \geq \left|x_{sb}\right| \\ -x_0, -x_0, a \text{ if } -x_{sb} < x_0 < 0 \\ x_0, x_0, a \text{ if } 0 \leq x_0 < x_{sb} \end{cases}$$

when $0 \leq x_{st} < x_{sb}$

$$\left(s_{sb}, s_{st}, s_{sp}\right) = \begin{cases} x_{st}, x_{st}, a \text{ if } \left|x_0\right| \geq \left|x_{st}\right| \\ -x_0, -x_0, a \text{ if } -x_{st} < x_0 < 0 \\ x_0, x_0, a \text{ if } 0 \leq x_0 < x_{st} \end{cases}$$

when $x_{st} < 0$

$$\left(s_{sb}, s_{st}, s_{sp}\right) = \{0, 0, a \text{ for } \forall x_0$$

（証明）

ステージ 3 の上司の最適戦略は,

$$s_{sp} = \begin{cases} p_{sb} \mid \min\left(\left|p_{sb}\right|, \left|p_{st}\right|, \left|x_0\right|\right) = \left|p_{sb}\right| \\ p_{st} \mid \min\left(\left|p_{sb}\right|, \left|p_{st}\right|, \left|x_0\right|\right) = \left|p_{st}\right| \\ x_0 \mid \min\left(\left|p_{sb}\right|, \left|p_{st}\right|, \left|x_0\right|\right) = \left|x_0\right| \end{cases}$$

ステージ 2 のスタッフの最適戦略は，法治国家モデル 1 の官庁をスタッフに置き換えたものに同じ．

ステージ 1 の部下の最適戦略は，（1） $x_{st} \geq x_{sb}$ の場合，法治国家モデル 1 の官庁を部下に置き換えたものに同じ．（2）$0 \leq x_{st} < x_{sb}$ の場合，法治国家モデル 1 の官庁をスタッフに置き換えたものに同じ．（3） $x_{st} < 0$ の場合，上司の理想点を常に提案することである．

（証明終り）

２．権限行使の費用

命題 3．2．2．部下（上司，スタッフの理想点が未知．決定権），スタッフ（拒否権のゲートキープ），上司（拒否権．権限行使が有費用）の政策選択ゲームにおいてスタッフを導入することによる上司の期待効用の上昇は,

when $x_{sb} \le x_{st}$

$$Eu_{sp} = -2\int_0^{x_{sb}} (x_{sb} - x_0) dx_0 + c^H$$

when $0 < x_{st} \le x_{sb}$

$$Eu_{sp} = -\int_{-x_{sb}}^{2x_{st}-x_{sb}} (x_{sb} - x_0) dx_0 + c^H - c^L$$

when $x_{st} \le 0$

$$Eu_{sp} = c^H - c^L > 0$$

（証明）

スタッフがいない場合，いる場合の拒否権行使の費用をそれぞれ$c^H, c^L, c^L < c^H$とする．
スタッフがいない場合の上司の期待効用は,

$$Eu_{sp}(x_0) = -\int_{-\infty}^{-x_{sb}} x_{sb} dx_0 - \int_{-x_{sb}}^{x_{sb}} x_0 dx_0 - \int_{x_{sb}}^{\infty} x_{sb} dx_0 - c^H$$

スタッフがいる場合の上司の期待効用は,

when $x_{sb} \le x_{st}$

$$Eu_{sp}(x_0) = -\int_{-\infty}^{\infty} x_{sb} dx_0$$

when $0 < x_{st} \le x_{sb}$

$$Eu_{sp}(x_0) = -\int_{-\infty}^{2x_{st}-x_{sb}} x_{sb} dx_0 - \int_{2x_{st}-x_{sb}}^{x_{sb}} x_0 dx_0 - \int_{x_{sb}}^{\infty} x_{sb} dx_0 - c^L$$

when $x_{st} \le 0$

$$Eu_{sp}(x_0) = -\int_{-\infty}^{-x_{sb}} x_{sb} dx_0 - \int_{-x_{sb}}^{x_{sb}} x_0 dx_0 - \int_{x_{sb}}^{\infty} x_{sb} dx_0 - c^L$$

（証明終り）

３．三人一組論

命題 3．2．3．上司（指揮命令．高費用と低費用），中間管理職（指揮命令の伝達と修正．高費用と低費用），部下（政策の修正と実施．修正には費用）の三者による政策選択ゲームのサブゲーム完全均衡は,

when $x_{ST} > x_{SB} + c_{SB}, \{s_{SP}, s_{ST}, s_{SB}\} = \begin{cases} \infty, x_{SB} + c_{SB}, a, \text{ if } c_{SP} > 2c_{SB} \\ x_{SB} - c_{SB}, x_{SB} - c_{SB}, a, \text{ if } c_{SP} \le 2c_{SB} \end{cases}$

when $x_{ST} \in [x_{SB} - c_{SB}, x_{SB} + c_{SB}], \{s_{SP}, s_{ST}, s_{SB}\} = \begin{cases} \infty, x_{ST}, a, \text{ if } c_{SP} > x_{ST} - x_{SB} + c_{SB} \\ x_{SB} - c_{SB}, x_{SB} - c_{SB}, a, \text{ if } c_{SP} \le x_{ST} - x_{SB} + c_{SB} \end{cases}$

when $x_{ST} < x_{SB} - c_{SB}, \{s_{SP}, s_{ST}, s_{SB}\} = \{\infty, x_{SB} - c_{SB}, a\}, \text{ for } \forall c_{SP}$

（証明）

ステージ 3 の部下の最適戦略は,

$$s_{sb} = \begin{cases} x_{sb} \text{ if } p_{st} \notin [x_{sb} - c_{sb}, x_{sb} + c_{sb}] \\ p_{st} \text{ otherwise} \end{cases}$$

ステージ 2 の中間管理職の最適戦略は,

$$s_{st} = \begin{cases} \min(d_{sp}, x_{sb} + c_{sb}) \text{ if } x_{st} > x_{sb} + c_{sb} \\ \min(d_{sp}, x_{st}) \text{ if } x_{st} \in [x_{sb} - c_{sb}, x_{sb} + c_{sb}] \\ \min(d_{sp}, x_{sb} - c_{sb}) \text{ if } x_{st} < x_{sb} - c_{sb} \end{cases}$$

ステージ 1 での上司の最適戦略は,

when $x_{st} > x_{sb} + c_{sb}, s_{sp} = \begin{cases} \infty, \text{ if } c_{sp} > 2c_{sb} \\ x_{sb} - c_{sb}, \text{ if } c_{sp} \le 2c_{sb} \end{cases}$

when $x_{st} \in [x_{sb} - c_{sb}, x_{sb} + c_{sb}], s_{sp} = \begin{cases} \infty, \text{ if } c_{sp} > x_{st} - x_{sb} + c_{sb} \\ x_{sb} - c_{sb}, \text{ if } c_{sp} \le x_{st} - x_{sb} + c_{sb} \end{cases}$

when $x_{st} < x_{sb} - c_{sb}, s_{sp} = \infty, \text{ for } \forall c_{sp}$

（証明終わり）

３．３　官庁内の同位ユニット間の関係

１．省庁間調整

＊以下，本文ではプレイヤーJ，K，L としたものを，A，B，C と表記している．

命題 3．3．1．政策結果が個別的である場合の省庁間調整ゲームのサブゲーム完全均衡は,

A：提案権選択ルールが平等ルールであり，決定ルールが多数決の場合

$$\begin{aligned}(s_a, s_b, s_c) = &\{(p;2-\sqrt{2}), (a;\sqrt{2}-1), (r,0)\}, \{(p;2-\sqrt{2}), (r,0), (a;\sqrt{2}-1)\} \\ &\{(a;\sqrt{2}-1), (p;2-\sqrt{2}), (r,0)\}, \{(r,0), (p;2-\sqrt{2}), (a;\sqrt{2}-1)\} \\ &(a;\sqrt{2}-1), (r,0), \{(p;2-\sqrt{2})\}, \{(r,0), (a;\sqrt{2}-1), (p;2-\sqrt{2})\}\end{aligned}$$

B：決定ルールが全員一致ルールである場合

$$(s_a, s_b, s_c) = \left\{\left(p;\frac{1}{3}\right),\left(a;\frac{1}{3}\right),\left(a;\frac{1}{3}\right)\right\},\left\{\left(a;\frac{1}{3}\right),\left(p;\frac{1}{3}\right),\left(a;\frac{1}{3}\right)\right\},\left\{\left(a;\frac{1}{3}\right),\left(a;\frac{1}{3}\right),\left(p;\frac{1}{3}\right)\right\}$$

C：提案権選択ルールが利害関係者優先ルールであり，決定ルールが多数決ルールの場合

$$\text{if}\ \ \max(\beta_a, \beta_b, \beta_c) = \beta_a, (s_a, s_b, s_c) = \{(p;2-\sqrt{2}),(a;\sqrt{2}-1),(r,0)\},\{(p;2-\sqrt{2}),(r,0),(a;\sqrt{2}-1)\}$$
$$\text{if}\ \ \max(\beta_a, \beta_b, \beta_c) = \beta_b, (s_a, s_b, s_c) = \{(a;\sqrt{2}-1),(p;2-\sqrt{2}),(r,0)\},\{(r,0),(p;2-\sqrt{2}),(a;\sqrt{2}-1)\}$$
$$\text{if}\ \ \max(\beta_a, \beta_b, \beta_c) = \beta_c, (s_a, s_b, s_c) = (a;\sqrt{2}-1),(r,0),\{(p;2-\sqrt{2})\},\{(r,0),(a;\sqrt{2}-1),(p;2-\sqrt{2})\}$$

D：提案ルールが現業官庁優先ルールで決定ルールが総括官庁優先多数決ルールである場合

$$(s_a, s_b, s_c) = \{(p;2-\sqrt{2}),(r,0),(a;\sqrt{2}-1)\},\{(r,0),(p;2-\sqrt{2}),(a;\sqrt{2}-1)\}$$

E：提案ルールが現業官庁独占ルールであり，決定ルールが多数決ルールである場合

$$(s_a, s_b, s_c) = \left\{\left(p;\frac{1}{2}\right),\left(a;\frac{1}{2}\right),(r,0)\right\},\left\{\left(a;\frac{1}{2}\right),\left(p;\frac{1}{2}\right),(r,0)\right\}$$

命題 3．3．2．政策結果が個別的である場合の省庁間調整ゲームの制度選択：
三者とも，A の制度と B の制度を比較するならば B を好む．しかし，最大の利害関係者は C を，総括官庁は D を，現業官庁は E を，B よりも好む．けれどもそのとき同時に，それぞれ最大の利害関係者以外の二人，現業官庁の二人，総括官庁は，C，D，E よりも B を好む．よって，C，D，E のどれも B に比べてパレート改善ではない．A に対してさえそうである．仮に多数決で制度選択を行うならば，E が選択されるであろう．
B，C，D，E における三人のプレイヤーの効用の総和を考えると，効用の総和を最大にする制度は三者の当該政策についての利害関心の強さの配置により異なってくる．誰か一人の利害関心が残る二者に比べて大きい場合は，C の制度が効用の総和を最大にする．総括官庁に比べて現業官庁二者の利害関心が特に大きい場合は，E の制度が効用の総和を最大にするという意味でもっとも望ましい制度になる．三者の利害関心が同じ程度に強いか，あるいは現業官庁のうちの一人と総括官庁という二人の利害関心が現業官庁の残る一人のそれよりも大きい場合は，B の制度が効用を総和にする．D の制度はどのような利害関心の強さの配置のもとでも，効用総和を極大化する制度にはならない．

（証明）
A：提案権選択ルールが平等ルールであり，決定ルールが多数決の場合．
提案権者としては，（1）残る二人のうち一人だけを味方につける提案を出す，（2）残る二人の双方に配分を行う提案を出すの二つの方向で戦略を考えられる．（1）の場合，その連合相手が修正権を得た場合は，自分の提案が可決されるだろうが，そうでない場合は提案は修正されることが予測できる．（2）の場合，どちらが修正提案権を得たとしても，提案を可決させることができるかもしれないが，当然，自分の分け前は（1）の場合よりも減少

するだろう．

（1）の場合，連合相手が修正権を得た場合に，その修正権を使わず，ステージ 3 でも賛成に回ってくれるためには，提案権者は，連合パートナーに，連合パートナーが修正権を用いる場合の期待効用（これを継続価値V_iとおく）を少なくとも与えなければならない（連合パートナーは提案を受け入れることと修正を行うことに無差別になる）．提案権者の取り分を$x_p \in [0,1]$，パートナーへの配分を$1-x_p$とすると，その提案はパートナーにV_iを与えなければならないから，

$$V_i = -\beta_i [1-(1-x_p)]^2 \qquad [1]$$

を満たすことが必要である．

そのパートナーが修正提案権を行使する場合の期待効用は，自分の提案が二分の一の確率で成立し，二分の一の確率では成立しないが，その場合でも再び自分が修正権を得る可能性があることから，つぎのものとなる．

$$V_i = \frac{1}{2}\left[-\beta_i (1-x_p)^2\right] + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}V_i\right)$$

これを整理し式[1]と併せて解くことで，均衡経路における提案として次のものを得る．

$$x_p^* = 2-\sqrt{2}$$

これに対して，（2）の戦略をとる場合，提案権を得たものは，残る二人に対して$\frac{1-x_p}{2}$を与える提案をする．これが継続価値と無差別でなければならないから，

$$V_{i,j} = -\beta_{i,j}\left(1-\frac{1-x_p}{2}\right)^2$$

修正提案権を行使することの継続価値は，定常的な戦略を考える限り，提案権を得た場合の期待効用と同じである．つまり，x_pを自分の取り分として，それを確実に成立させることである．

$$V_{i,j} = -\beta_{i,j}(1-x_p)^2$$

二つの式を解くと，

$$x_p^* = \frac{1}{3}$$

これは（1）の場合よりも提案権を得たものに少ない期待利得しか与えないので，（2）の戦略を提案権者がとることはない．

この（1）の均衡のもとで，提案権は三分の一の確率で回ってくる．提案権にはずれても二分の一の確率で連合パートナーに選ばれる可能性がある．したがって期待利得は，

$$E(x)=\frac{1}{3}\left(2-\sqrt{2}\right)+\frac{1}{3}\left[1-\left(2-\sqrt{2}\right)\right]+\frac{1}{3}(0)=\frac{1}{3}$$

同じく期待効用は，

$$Eu_i(x)=-\left\{\frac{\left[1-\left(2-\sqrt{2}\right)\right]^2}{3}-\frac{\left[1-\left(-1+\sqrt{2}\right)\right]^2}{3}-\frac{\left[1-0\right]^2}{3}\right\}\beta_i=\frac{6\sqrt{2}-10}{3}\beta_i\approx-0.5049\beta_i$$

B：提案権選択ルールが平等ルールで，決定ルールが全員一致ルールである場合．
提案権を得たものは，上の（1）の戦略では連合パートナーに選ばなかったものにステージ3で拒否を受けるので，上の（2）の戦略をとるしかない．
この場合，提案権を獲得しようがしまいが，確実に三分の一を得ることができる．したがって期待利得は，A の場合と同じく三分の一だが，期待効用は，

$$Eu_i(x)=-\left[1-\frac{1}{3}\right]^2\beta_i=-\frac{4}{9}\beta_i\approx-0.4444\beta_i$$

プレイヤーがリスク回避的である限り，決定ルールが全員一致ルールになったほうが，それが多数決ルールである場合よりも，全員の期待効用を改善するのである．
提案権を誰がどのような形で得ようとも（利害関係者優先，現業官庁優先，現業官庁独占のどれであろうとも），決定ルールが全員一致ルールである限り，帰結は同じである．したがって，以下では決定ルールが多数決ルール（あるいはその修正版）だけを考える．
C：提案権選択ルールが利害関係者優先ルールであり，決定ルールが多数決ルールの場合
この場合も修正提案権は平等ルールの場合と同様に与えられるから，プレイヤーの最適戦略には A，B の場合と変化がない．利害関係者は 1 の確率で提案権を得ることを，それ以外の二人は二分の一の確率で連合パートナーとなり二分の一の確率で連合パートナーにもならないことから，期待効用は（仮に A が利害関係者だとすると），

$$Eu_a(x)=-\beta_a\left[1-\left(2-\sqrt{2}\right)\right]^2=\left(2\sqrt{2}-3\right)\beta_a\approx-0.1716\beta_a$$

$$Eu_{b,c}(x)=-\frac{\beta_{b,c}\left[1-\left(\sqrt{2}-1\right)\right]^2}{2}-\frac{\beta_{b,c}\left[1-0\right]^2}{2}=\frac{4\sqrt{2}-7}{2}\beta_{b,c}\approx-0.6716\beta_{b,c}$$

ただし，利害関係者が二人いる場合は，提案権を得る確率は二分の一になるので，その場合の期待効用は，

$$Eu_{a,b}(x)=\left[\frac{\left(2\sqrt{2}-3\right)}{2}+\frac{4\sqrt{2}-7}{4}\right]\beta_{a,b}=\frac{8\sqrt{2}-13}{4}\beta_{a,b}\approx-0.4216\beta_{a,b}$$

三人の利害関係の度合いが同じならば，結局，A とゲームの帰結は同じになる．

D：提案ルールが現業官庁優先ルールで決定ルールが総括官庁優先多数決ルールである場合
A においては提案権を得たものが連合パートナーを選ぶ際に二者の選択は無差別だったのが，この場合，連合パートナーは常に総括官庁が選ばれる．よって，均衡における三者の戦略は A の場合から変化がないが，期待効用は変化する．現業官庁は二分の一の確率で提案権を得られるが，二分の一の確率で提案権を得られず，そのときは連合パートナーに選ばれることもない．総括官庁は提案権を得ることはないが，常に連合パートナーに選ばれる．したがって，

$$Eu_{a,b}(x) = -\frac{\beta_{a,b}\left[1-\left(2-\sqrt{2}\right)\right]^2}{2} - \frac{\beta_{a,b}\left[1-0\right]^2}{2} = \left(\sqrt{2}-2\right)\beta_{a,b} \approx -0.5857\beta_{a,b}$$

$$Eu_c(x) = -\beta_c\left[1-\left(\sqrt{2}-1\right)\right]^2 = \left(4\sqrt{2}-6\right)\beta_c \approx -0.3431\beta_c$$

E：提案ルールが現業官庁独占ルールであり，決定ルールが多数決ルールである場合
提案権を得られなかった現業官庁にとって，提案権を受け入れることと新たに提案をすることで得られる期待効用が無差別になるような提案を，提案権を得たものが行えば，その提案は受け入れられる．そのための条件は，

$$-\beta_{a,b}\left[1-\left(1-x_p\right)\right]^2 = -\beta_{a,b}\left[1-x_p\right]^2$$

$$\therefore x_p^* = 0.5$$

期待効用は, 現業官庁は常に 0.5 の利得を獲得し, 総括官庁は常に何も得られないことから,

$$Eu_{a,b}(x) = -0.25\beta_{a,b}$$

$$Eu_c(x) = -1\beta_c$$

（証明終り）

命題 3．3．3．政策結果が集合的である場合の省庁間調整ゲームの定常的サブゲーム完全均衡における提案権を得たものの戦略は，
A：提案権選択ルールが平等ルールであり，決定ルールが多数決の場合

$$\text{if}\quad N = M,\ s_M = \begin{cases} x_M \ \text{ if }\ x_{0,p} \notin \left[x_M^-, x_M^+\right] \\ a \ \text{ if }\ x_{0,p} \in \left[x_M^-, x_M^+\right] \end{cases}$$

$$\text{if}\quad N = \overline{M},\ s_{\overline{M}} = \min\left[x_{\underline{M}}, \max\left(x_0, -x_0\right), x_M^+\right]$$

$$\text{if}\quad N = \underline{M},\ s_{\underline{M}} = \max\left[x_{\overline{M}}, \min\left(x_0, -x_0\right), x_M^-\right]$$

$$x_M^- = -\sqrt{\frac{2}{2+\delta}}x_0,\ x_M^+ = \sqrt{\frac{2}{2+\delta}}x_0$$

B：決定ルールが全員一致ルールである場合

$$\text{if}\quad N=M,\ s_M=\begin{cases}\min\left(x_M, 2x_{\underline{M}}-x_0\right)\ \text{if}\ \ x_0\le x_{\underline{M}}\\ x_0\ \ \text{if}\ \ x_{\underline{M}}<x_0<x_{\overline{M}}\\ \max\left(x_M, 2x_{\overline{M}}-x_0\right)\ \text{if}\ \ x_0\ge x_M\end{cases}$$

$$\text{if}\quad N=\overline{M},\ s_{\overline{M}}=\begin{cases}\min\left(x_{\overline{M}}, 2x_{\underline{M}}-x_0\right)\ \text{if}\ \ x_0\le x_{\underline{M}}\\ x_0\ \ \text{if}\ \ x_{\underline{M}}<x_0<x_{\overline{M}}\\ x_{\overline{M}}\ \ \text{if}\ \ x_{\overline{M}}\le x_0\end{cases}$$

$$\text{if}\quad N=\underline{M},\ s_{\underline{M}}=\begin{cases}\max\left(x_M, 2x_{\overline{M}}-x_0\right)\ \text{if}\ \ x_M\le x_0\\ x_0\ \ \text{if}\ \ x_{\underline{M}}<x_0<x_{\overline{M}}\\ x_{\underline{M}}\ \ \text{if}\ \ x_0\le x_{\underline{M}}\end{cases}$$

C：提案権選択ルールが利害関係者優先ルールであり，決定ルールが多数決ルールの場合
自然の選択ではなくβが最も大きいものが最初に提案権を得ること以外は, A の場合と同じ.

D：提案ルールが現業官庁優先ルールであり，決定ルールが総括官庁優先多数決ルールである場合
制度 A のもとで，M が C に固定されていると考えればよい.

E：提案ルールが現業官庁独占ルールであり，決定ルールが多数決ルールである場合

$$\text{if}\quad N=A,\ s_A=\begin{cases}\min\left(x_A, 2x_B-x_0\right)\ \text{if}\ \ x_B\le x_0\\ x_0\ \ \text{if}\ \ x_A<x_0<x_B\\ x_A\ \ \text{if}\ \ x_0\le x_A\end{cases}$$

$$\text{if}\quad N=B,\ s_B=\begin{cases}x_B\ \ \text{if}\ \ x_B\le x_0\\ x_0\ \ \text{if}\ \ x_A<x_0<x_B\\ \min\left(x_B, 2x_A-x_0\right)\ \text{if}\ \ x_0\le x_A\end{cases}$$

（証明）
A：中位以外の二者は，提案権を得た場合，中位のものの同意も取り付けない限り，自分の提案 x_p を成立させることはできない．そのためには，提案が中位のものに現状と少なくとも同じだけの期待効用を与えなければならない．そのための条件は,

$$x_p\in\left[\min\left(-x_0, x_0\right), \max\left(-x_0, x_0\right)\right]$$

さらに，中位のものは，提案を今すぐ受けることで確実に政策を変更することと，自分が修正提案権を使うことから得られる期待効用が無差別ならば，提案を受け入れるだろう.

現時点(中位のものが修正提案権を得た時点)を t とすると, 即座に受け入れをすることで, t 時点および t+1 時点において x_p が結果となる．そこから効用を得る．これに対して修正提案権を用いる場合，t 時点では現状が維持される．t+1 時点で，二分の一の確率で（中位のものから見て現状と逆側の理想点を持つものが次の修正提案権を得た場合）自分の理想点を実現する. 残る二分の一の確率では, 現在提案権を得ているものが再び提案権を得て, 現在と同じ提案をしてくるだろう．よって，中位のものが修正提案権を用いることも用いないことも無差別になるための条件は，その将来価値の現在割引率をδとすると，

$$(1+\delta)u_M(x_p) = u_M(x_0) + \delta\left[\frac{u_M(x_M)}{2} + \frac{u_M(x_p)}{2}\right]$$

$$\therefore x_p = \pm\sqrt{\frac{2}{2+\delta}}x_0$$

中位のものから見て現状と逆側の理想点を持つものが中位の次の修正提案権を得た場合に中位の提案に賛成せず修正提案権を行使するのは，たとえば現状が負の領域にあり，正の理想点を持つものについて考えると，

$$(1+\delta)u_{\overline{M}}(x_M) = u_{\overline{M}}(x_0) + \delta\left[\frac{u_{\overline{M}}(x_M^+)}{2} + \frac{u_{\overline{M}}(x_M)}{2}\right]$$

の条件が成り立つときだが，これを負の現状と正の理想点のもとで x_M^+ が満たすことはない. したがって，中位が自分の理想点を提案してきたとき，次の修正提案権が，中位のものから見て現状と逆側の理想点を持つものにいった場合，そのものは必ず提案に賛成をする.

B：提案権を得られなかったものの最適戦略は，現状よりも提案が自分の理想点に近い場合のみ賛成することである．したがって提案権を得たものは，残る両者が自分の提案に同意する範囲で自分の理想点に最も近い政策を提案する.

C，D については，A のうち，誰が最初の提案権をとりうるかということおよび中位にあたるのは誰かという点が違うだけである.

E：提案権を得た現業官庁は，他方の現業官庁の同意を得ない限り，修正提案権を行使されるので，他方の現業官庁が現状よりも好む政策の中で最も提案権を得た現業官庁の理想点に近い政策が提案される.

（証明終り）

３．４　情報流通経路の設計と上司の役割

命題 3．4．1. 上司と部下の政策選好が同一であり，部下が必ず観察を行う場合の IE，HD，IA の上司の選択：
HD は，部下 1 と 2 の情報収集能力の差が大きく，システムショックの重要性が大きい場合に選択される．IA は，部下 1 と 2 の情報収集能力の差が小さく，共同することで情報収集能力を改善することができ，個別ショックの重要性が中間程度であり，個別ショックの補完性が強い場合に選択される．IE は，部下の能力差は低く，共同の利益があまりなく，個別ショックが重要であるか，個別ショック間の代替性が強い場合に選択される．

命題 3．4．2. 部下の水平的情報流通が認められている場合の部下の選択のナッシュ均衡：
システム環境の観察については，（1）1 にとってのみ重要性が高い・能力が高い場合（$\sigma_\omega^2 - c_1^\omega > 0$）は，{観察する，しない}（2）双方にとって重要性が高い・能力が高い場合は，{観察する，しない} と {観察しない，する} の二つ．（3）双方にとって重要性が低い・能力が低い場合は，{しない，しない}.
個別環境については，（1）一方にとってその個別環境の重要性が高い・能力が高ければ，{観察する，観察しない}（2）双方にとってその個別環境の重要性が高い・能力が高ければ，{観察する，する}（3）双方にとって低ければ，{しない，しない}.

ゲームフォーム

$$N = \{N, SP, SB_1, SB_2\}$$
$$N = \{\omega, \varepsilon_1, \varepsilon_2\}; \omega \in [-R_\omega, R_\omega], \varepsilon_1 \in [-R_1, R_1], \varepsilon_2 \in [-R_2, R_2]$$
$$A_{sp} = \{IE, HD, IA\}$$
$$\text{if} \quad A_{sp} = IE, \begin{cases} A_1 = (p_1, c_1^\omega, c_1^\varepsilon) \\ A_2 = (p_1, c_2^\omega, c_2^\varepsilon) \end{cases}, \text{if} \quad A_{sp} = HD, \begin{cases} A_1 = (p_1, c_1^\omega, c_1^\varepsilon) \\ A_2 = (p_2) \end{cases},$$
$$\text{if} \quad A_{sp} = IA, \begin{cases} A_1 = (p_1, c_1^\omega + c_1^\omega - b^\omega, c_1^\varepsilon + c_1^\varepsilon - b^\varepsilon) \\ A_2 = (p_2, c_2^\omega + c_2^\omega - b^\omega, c_2^\varepsilon + c_2^\varepsilon - b^\varepsilon) \end{cases}$$
$$\Omega = x_i, i = 1,2$$
$$\Phi : \mathrm{A} \to \Omega = p_i + \omega + \varepsilon_i, i = 1,2$$
$$x_{sp} = x_{sb} \geq 0$$
$$u_{sb} = -(x - x_{sb})^2 - c_i^\omega - c_i^\varepsilon + b^j; i = 1,2, j = \varepsilon, \omega$$
$$c_1^j + c_2^j - 2b^j < c_1^j + c_2^j, c_i^j > 0, b^j > 0, c_i^j - b^j > 0; i = 1,2, j = \varepsilon, \omega$$

部下 1，2 が観察を行うときの期待効用の総和は，

$$Eu_{sb}\left(x,c^{\omega},c^{\varepsilon},\omega,\varepsilon \mid HD\right)=-\left[\sigma_2^2+c_1^{\omega}+c_1^{\varepsilon}\right]$$
$$Eu_{sb}\left(x,c^{\omega},c^{\varepsilon},\omega,\varepsilon \mid IA\right)=-\left[\left(1-|r|\right)\left(\sigma_1^2+\sigma_2^2\right)+c_1^{\omega}+c_1^{\varepsilon}+c_2^{\omega}+c_2^{\varepsilon}-2b^{\omega}-2b^{\varepsilon}\right]$$
$$Eu_{sb}\left(x,c^{\omega},c^{\varepsilon},\omega,\varepsilon \mid IE\right)=-\left(c_1^{\omega}+c_1^{\varepsilon}+c_2^{\omega}+c_2^{\varepsilon}\right)$$
$$c_2^{\omega}+c_2^{\varepsilon}>\sigma_2^2 \Rightarrow Eu(\cdot \mid HD)>Eu(\cdot \mid IE)$$
$$c^{redundancy}>\left(1-|r|\right)\left(\sigma_1^2+\sigma_2^2\right)\Rightarrow Eu(\cdot \mid IA)>Eu(\cdot \mid IE);c^{redundancy}=2b^{\omega}+2b^{\varepsilon}$$
$$c^{noncoop}>\left(1-|r|\right)\sigma_1^2-|r|\sigma_2^2 \Rightarrow Eu(\cdot \mid IA)>Eu(\cdot \mid HD);c^{noncoop}=-c_2^{\omega}-c_2^{\varepsilon}+2b^{\omega}+2b^{\varepsilon}$$

上司は，この期待効用の総和を最大化するように，三つの制度デザインを選択する．
（命題 3．4．１の証明終わり）

水平的情報流通が認められるときの，部下 1，2 の選択と利得は，次のようになる．

システムショック		2	
		観察する	観察しない
1	観察する	$\sigma_{\omega}^2-c_1^{\omega}+b^{\omega},\sigma_{\omega}^2-c_2^{\omega}+b^{\omega}$	$\sigma_{\omega}^2-c_1^{\omega},\sigma_{\omega}^2$
	観察しない	$\sigma_{\omega}^2,\sigma_{\omega}^2-c_2^{\omega}$	0,0

個別ショック		2	
		観察する	観察しない
1	観察する	$\lvert r\rvert\sigma_{\varepsilon 1}^2-c_1^{\varepsilon}+b^{\varepsilon},\lvert r\rvert\sigma_{\varepsilon 2}^2-c_2^{\varepsilon}+b^{\varepsilon}$	$\sigma_{\varepsilon 1}^2-c_1^{\varepsilon},0$
	観察しない	$0,\sigma_{\varepsilon 2}^2-c_2^{\varepsilon}$	0,0

１の情報処理能力が高く，2 のそれが低い場合，１にとってはシステムショックを観察することが支配戦略である．その場合，2 の最適応答は観察しないことである．よって 1 のみがシステムショックを観察する．個別ショックについては，個別ショック間の相関性が高い場合，1 は相手がするならしない，しないならするのが最適応答となり，2 はしないことが支配戦略となり，ナッシュ均衡は｛する，しない｝となる．個別ショック間の相関性が低い場合，2 は観察しないことがやはり支配戦略であり，それに対する 1 の最適応答は観察することなので，結局，相関性の高低にかかわらず，1 が観察を行い 2 は観察を行わないことになる．

１と２の情報処理能力がともに同じ程度である場合，システムショックの観察については，ともに能力が高いならば｛しない，する｝と｛する，しない｝の二つがナッシュ均衡となるチキンゲームとなる．ともに能力が低ければ，それぞれの支配戦略は観察をしないこととなる．しかし，この結果は両者がともに観察をする場合の期待利得よりもパレート劣位である．囚人のディレンマにこの場合，二人の部下は置かれる．個別ショックについては，能力・重要性が低い場合，相関性の高低にかかわらず，双方にとって観察しないことが支配戦略となる．よって観察は行われない．能力・重要性が高い場合は，相関性が非常に高くなり次の条件が満たされれば（$\left(1-|r|\right)\sigma_{\varepsilon 1}^{2} < c_{1}^{\varepsilon}$），相手が観察するならしない，しないならするが最適応答である．ナッシュ均衡は｛する，しない｝と｛しない，する｝の二つとなるチキンゲームとなる．相関性が非常に低い場合は，双方が観察することが支配戦略となる．

（命題 3．4．2 の証明終わり）

命題 3．4．3．部下の政策選好と能力が上司にとって不完備情報である場合の上司の部下の転置戦略は，

$$\text{if}\ \sum_{SB}\frac{\Pr\left(SB\mid prior\right)\frac{1}{2R_{SB}}}{\sum_{SB}\Pr\left(SB\mid prior\right)\frac{1}{2R_{SB}}}\left(-x_{SB}^{2}-\frac{R_{SB}^{2}}{3}\right)-\sum_{SB}\Pr\left(SB\mid prior\right)\left(-x_{SB}^{2}-\frac{R_{SB}^{2}}{3}\right)\geq 0$$

$$;SB=DL,DH,SL,SH$$

$$\left\{s_{sp},b_{sp}\right\}=\left\{stay,\Pr\left(SB\mid x\right)=\frac{\Pr\left(SB\mid prior\right)\frac{1}{2R_{SB}}}{\sum_{SB}\Pr\left(SB\mid prior\right)\frac{1}{2R_{SB}}}\right\}$$

$$\text{if}\ \sum_{SB}\frac{\Pr\left(SB\mid prior\right)\frac{1}{2R_{SB}}}{\sum_{SB}\Pr\left(SB\mid prior\right)\frac{1}{2R_{SB}}}\left(-x_{SB}^{2}-\frac{R_{SB}^{2}}{3}\right)-\sum_{SB}\Pr\left(SB\mid prior\right)\left(-x_{SB}^{2}-\frac{R_{SB}^{2}}{3}\right)<0$$

$$;SB=DL,DH,SL,SH$$

$$\left\{s_{sp},b_{sp}\right\}=\left\{change,\Pr\left(SB\mid x\right)=\frac{\Pr\left(SB\mid prior\right)\frac{1}{2R_{SB}}}{\sum_{SB}\Pr\left(SB\mid prior\right)\frac{1}{2R_{SB}}}\right\}$$

部下の政策提案の戦略は，

$$s_{SB} = -\varepsilon - \alpha + \bar{x}_{SB}$$

$$\alpha \in \arg\max\left\{\frac{\alpha}{2R_{SB}}\left[\left(-x_{SB}^2 - \frac{R_{SB}^2}{3}\right) - \sum_{SB}\Pr(SB \mid true)\left(-(x_{SB} - \bar{x})^2 - \frac{R_{SB}^2}{3}\right)\right] - \alpha^2\right\}$$

subject to $\alpha \geq 0, R \geq 0$

$SB = DL, DH, SL, SH, \bar{x} = \text{ideal point of SB}$

（証明）

部下がεの観測に基づき，自分の理想点を期待値とするよう政策を提案しているとする．すると，上司は次のように政策結果から部下がどのタイプであるかの信念を更新していく．

$$\Pr(SB \mid x)_{sp} = \frac{\Pr(SB \mid prior)\frac{1}{2R_{SB}}}{\sum_{SB}\Pr(SB \mid prior)\frac{1}{2R_{SB}}}; SB = DL, DH, SL, SH$$

よって，現在の部下にそのまま現在の政策領域を担当させることの上司にとっての期待効用は，

$$Eu_{sp} = \sum_{SB}\Pr(SB \mid x)\left(-x_{SB}^2 - \frac{R_{SB}^2}{3}\right); SB = DL, DH, SL, SH$$

新たに採用をする場合，上司はそれぞれのタイプの真の割合を知らないので，新たに採用するものがどのタイプであるかについては，再び初期信念に基づき予測するしかない．よってこの場合の上司の期待効用は，

$$Eu_{sp} = \sum_{SB}\Pr(SB \mid prior)\left(-x_{SB}^2 - \frac{R_{SB}^2}{3}\right); SB = DL, DH, SL, SH$$

次に，上の上司の戦略の下で，部下が自分の理想点を期待値とするよう政策を提案することがインセンティブ両立的であるかどうかを調べる．上司と理想点が同一の S タイプはタイプを偽る誘因を持たない．よって，D タイプの場合を考える．ここで部下は上司の初期信念を知らない．それについて主観的な予測を持つことは可能なので，それに基づき自分が置き換えられる可能性を予測し，そのもとでの期待効用が，より上司の理想点よりの政策提案を行うことで自分が置き換えられる可能性を低減させることによる期待効用を下回っているならば，そのような安全策をとる可能性がある．しかし上司は部下が安全策を取る可能性を予測するならば，ある観察値を得た場合の予測の更新にそれを反映させる．上司がそのような対応をすることを知っているならば，部下はそれを上司の予測についての予測に反映させる．このように，部下が戦略的に政策提案をする場合，その提案をどのようなものにするかは，部下の上司の予測についての予測に依存しており，同時に上司のそ

の予測は部下の行動に依存しているのだから，両者の予測を同時に同定することは不可能である．そこで，ここでは，部下は次の一定のアルゴリズムに従い，上司の予測についての予測を立てると考える．上司は部下のそのアルゴリズムを知らないので，部下の戦略的提案への対応をとらないと考える．

ここでの部下の上司の人事ルールの予測アルゴリズムは次のとおりである．上司が実際に誰かを置き換えたら，そのときの政策結果（x_{change}とする）を見て，それ以上，上司の理想点から離れた結果をもたらせば，確実に置き換えられると考える．このとき，自分の理想点を期待値として持つ戦略をとりつづければ，$\begin{cases} \dfrac{x_{SB}+R_{SB}-x_{change}}{2R_{SB}}, \text{ if } \ x_{change} \geq x_{SB}-R_{SB} \\ 0, \text{ if } \ x_{change} < x_{SB}-R_{SB} \end{cases}$の確率で置き換えられると予測する．ここで政策結果の期待値を上司よりにα移動させれば, その置き換えられる確率を$\dfrac{\alpha}{2R_{SB}}$減少させることができる代わりに，α^2期待効用を減少させる．よって部下は次の最適化問題の解となるαを選択する．これを満たすαがない場合は，自分の理想点を期待値とするよう政策提案を行う．

$$\max\left\{\frac{\alpha}{2R_{SB}}\left[\left(-x_{SB}^2-\frac{R_{SB}^2}{3}\right)-\sum_{SB}\Pr(SB\mid true)\left(-\left(x_{SB}-\bar{x}\right)^2-\frac{R_{SB}^2}{3}\right)\right]-\alpha^2\right\}$$
$$\text{subject to } \ \alpha \geq 0, R \geq 0$$
$$SB = DL, DH, SL, SH, \bar{x} = \text{ideal point of SB}$$

（証明終り）

補題 3.4.2　SH への置換の容易さ：次の条件が成立する場合，メリットシステムを採用する方が，より早く SH 以外の者の置換が可能となる．

$$x_{D\cdot} > 2R_{\cdot H} - \frac{\left(R_{\cdot H}\right)^2}{R_{\cdot L}}$$

（証明）

DH から得られる期待効用は，$\left(-x_D^2-\dfrac{R_H^2}{3}\right)$

SL から得られる期待効用は，$-\dfrac{R_L^2}{3}$

よって，メリットシステムのほうが望ましいのは，前者の期待効用が大きくなるときであり，

$$\left(-x_D^2-\frac{R_H^2}{3}\right)>-\frac{R_L^2}{3}$$

$$\therefore x_D^2<\frac{R_L^2}{3}-\frac{R_H^2}{3}$$

（証明終わり）

４．２　戦略的プレイヤーとしての市民

＊プレイヤー市民は，本文中では C と表記したが，ここでは I と表記している．

命題 4．2．1．市民の政治家，官庁に対する修正要求ゲーム（費用 0，完全・完備情報）のサブゲーム完全均衡は，

when $\alpha > p\beta$,

if $x_I \in [a,b], \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{x_A, (A, x_I), \varnothing, ac\}$

if $\alpha > p\beta, x_I < a, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{x_A, (A, a), \varnothing, ac\}$

if $\alpha > p\beta, x_I > b, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{x_A, (A, b), \varnothing, ac\}$

when $\alpha \le p\beta, w < a$;

if $x_I < v, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (C, v), d, ac\}$

if $x_I \in [v, w], \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (C, x_I), d, ac\}$

if $w < x_I < a, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (A, a), \varnothing, ac\}$

if $x_I \in [a,b], \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (A, x_I), \varnothing, ac\}$

if $b < x_I, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (A, b), \varnothing, ac\}$

when $\alpha \le p\beta, a \le w \le b$;

if $x_I < v, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (C, v), d, ac\}$

if $x_I \in [v, a], \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (C, x_I), d, ac\}$

if $x_I \in [a,b], \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (A, x_I), \varnothing, ac\}$

if $b < x_I, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (A, b), \varnothing, ac\}$

when $\alpha \le p\beta, b < w$;

if $x_I < v, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (C, v), d, ac\}$

if $x_I \in [v, w], \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (C, x_I), d, ac\}$

if $w < x_I, \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{k, (C, w), d, ac\}$

$$a = x_A - \sqrt{(x_A - x_0)^2 + \alpha}, b = x_A + \sqrt{(x_A - x_0)^2 + \alpha};$$

$$v = \max\left[-\sqrt{\chi + x_0^2}, x_A - \sqrt{(x_A - x_0)^2 + p\beta}\right],$$

$$w = \min\left[\sqrt{\chi + x_0^2}, x_A + \sqrt{(x_A - x_0)^2 + p\beta}\right];$$

$$k \in \left[\frac{x_A}{2}, x_A\right], k = \min h(x), h(x) = \begin{cases} b - a \mid w < v \\ w - v + b - a \mid v < w < a \\ b - v \mid v < a < w \\ w - v \mid b < w \end{cases}$$

（証明）

第四段階で，官庁は直接市民からの要求を受けた場合，次の条件が成り立てば，市民の要求に従う．

$$-(b_C - x_A)^2 > -(x_0 - x_A)^2 - \alpha$$
$$\alpha > (b_C - 2x_A + x_0)(b_C - x_0)$$
$$0 > b_C^2 - 2x_A b_C - x_0^2 + 2x_A x_0 - \alpha$$

政治家からの修正の指示があった場合は，同様に，次の条件が成り立てば，政策を修正する．

$$p\beta > (b_C - 2x_A + x_0)(b_C - x_0)$$

第三段階で，政治家は，官庁に政策変更を命じなければ，次の効用を得る．

$$u_C(x) = -x_0^2 - \chi$$

官庁に政策変更を命じ，官庁が政策を修正すれば，次の効用を得る．

$$u_C(x) = -b_C^2$$

官庁に政策変更を命じても，官庁が政策を修正しなかった場合，次の効用を得る．

$$u_C(x) = -x_0^2 - q\chi$$

よって，官庁が政策を修正しないことがわかっている場合は，必ず官庁に政策変更を命じる．官庁が政策を修正することがわかっている場合は，次の条件が成立しているときは，官庁に政策変更を命じる．

$$b_C^2 \le \chi + x_0^2$$

第二段階；

（1）$\alpha > p\beta$ の場合，市民は，官庁ではなく政治家に要求を向ける理由を持たない．官庁に政策修正を要求するとして，それが受け入れられる政策の範囲は，

$0 > b_C^2 - 2x_A b_C - x_0^2 + 2x_A x_0 - \alpha$ が条件だから，最適戦略は次のとおり．

$$\text{if } \; x_I \in [a,b], s_I = (A, x_I)$$
$$\text{if } \; x_I < a, s_I = (A, a)$$
$$\text{if } \; x_I > b, s_I = (A, b)$$
$$a = x_A - \sqrt{(x_A - x_0)^2 + \alpha}, b = x_A + \sqrt{(x_A - x_0)^2 + \alpha}$$

（2）$\alpha \le p\beta$ の場合，

$b_C^2 \le \chi + x_0^2$ かつ $b_C \in \left[x_A - \sqrt{(x_A - x_0)^2 + p\beta}, x_A + \sqrt{(x_A - x_0)^2 + p\beta} \right]$ を満たす政策な

らば，政治家も指示を出し，官庁もそれを受け入れる．そのような修正案のうち，最小，最大のものをそれぞれv, wとする．このとき，$v < a$は常に成り立つ．

よって，

when $w < a$;
if $x_I < v, s_I = (C, v)$
if $x_I \in [v, w], s_I = (C, x_I)$
if $w < x_I < a, s_I = (A, a)$
if $x_I \in [a, b], s_I = (A, x_I)$
if $b < x_I, s_I = (A, b)$
when $a \le w \le b$;
if $x_I < v, s_I = (C, v)$
if $x_I \in [v, a], s_I = (C, x_I)$
if $x_I \in [a, b], s_I = (A, x_I)$
if $b < x_I, s_I = (A, b)$
when $b < w$;
if $x_I < v, s_I = (C, v)$
if $x_I \in [v, w], s_I = (C, x_I)$
if $w < x_I, s_I = (C, w)$

$$v = \max\left[-\sqrt{\chi + x_0^2}, x_A - \sqrt{(x_A - x_0)^2 + p\beta}\right]$$

$$w = \min\left[\sqrt{\chi + x_0^2}, x_A + \sqrt{(x_A - x_0)^2 + p\beta}\right]$$

第一段階で，官庁の最適戦略は，市民が自分に要求を出すことがわかっているときは，自分の理想点を設定することである．

市民が政治家への要求を行いうる場合，$[v, w]$と$[a, b]$の幅の合計をできるだけ小さなものにすることが，官庁の最適戦略である．前者を最小にするには，議会と官庁の理想点の中点$\frac{x_A}{2}$を設定すればよく，後者を最小にするには，自分の理想点を設定することがよい．パラメータの大きさ次第で，この二つの間のどれかの点を設定することが最適戦略となる．

よって，

if $\alpha > p\beta, s_{A1} = x_A$

if $\alpha \le p\beta, s_{A1} = k \in \left[\frac{x_A}{2}, x_A\right],$

$$k = \min h(x), h(x) = \begin{cases} b-a \mid w<v \\ w-v+b-a \mid v<w<a \\ b-v \mid v<a<w \\ w-v \mid b<w \end{cases}$$

（証明終り）

命題 4．2．2．市民の政治家，官庁に対する修正要求ゲーム（費用 0，完全・完備情報，市民の理想点の関数としてのサンクション）のサブゲーム完全均衡は，

if $\frac{x_A + \alpha x_I}{\alpha+1} \notin [a,b], \alpha < \beta(1-p), \{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \left\{\frac{x_A + p\beta x_I}{p\beta+1}, \varnothing, \varnothing, \varnothing\right\}$

otherwise, $\{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \left\{\frac{x_A + \alpha x_I}{\alpha+1}, \varnothing, \varnothing, \varnothing\right\},$

$g(a) = g(b) = 0,$

$g(x_0) = (\chi+1)x_0^2 - 2\chi x_I x_0 + \chi x_I^2 - \frac{1+q\chi}{(p\beta+1)^2}x_A^2 - \frac{2p\beta-1}{(p\beta+1)^2}x_A x_I - \frac{(p\beta)^2+1}{(p\beta+1)^2}x_I^2;$

（証明）

第四段階での官庁の政策の修正は，まず市民から直接，不満が伝えられた場合は，次のように政策を修正する．

$$\max[u_A(x)] = -(x-x_A)^2 - \alpha(x-x_I)^2$$

右辺を x について微分してそれを 0 とおくことから，一階の条件は，

$$x = \frac{x_A + \alpha x_I}{\alpha+1}$$

二階の条件は，もう一度これを微分すると $-2(\alpha+1) < 0$ であり，確かにこのとき最大値となる．

市民が政治家に不満を伝えて，政治家が修正を指示してきた場合，次のように政策を修正する．

$$\max[u_A(x)] = -(x-x_A)^2 - p\beta(x-x_I)^2$$

同様にして，

$$x=\frac{x_A+p\beta x_I}{p\beta+1}$$

これを x' とおく.

第三段階での政治家の戦略は，現状を維持して確実にサンクションを受けるか，政策変更を命じて，より少ない確率でサンクションを受けるかどちらかである.

官庁に政策変更を命じなければ，次の効用を得る.

$$u_C(x)=-x_0^2-\chi(x_0-x_I)^2$$

官庁に政策変更を命じれば，官庁は x' に政策を修正することから，政治家は次の効用を得る.

$$u_C(x)=-(x')^2-q\chi(x'-x_I)^2$$

前者が後者よりも大きければ，政策変更を命じない．逆の場合は政策変更を命じる．前者が後者よりも大きくなる条件は,

$$a\le x_0\le b$$

$$g(a)=g(b)=0,$$

$$g(x_0)=(\chi+1)x_0^2-2\chi x_I x_0+\chi x_I^2-\frac{1+q\chi}{(p\beta+1)^2}x_A^2-\frac{2p\beta-1}{(p\beta+1)^2}x_A x_I-\frac{(p\beta)^2+1}{(p\beta+1)^2}x_I^2;$$

第二段階で，市民は，官庁に直接働きかけをした場合は， $x=\frac{x_A+\alpha x_I}{\alpha+1}$ となることを予測する．政治家に働きかけをする場合は，$a\le x_0\le b$ である場合は現状が維持されることを予測できる．よって，現状が官庁に直接働きかけをする場合の結果よりも，自分の理想点に近ければ，どちらにも働きかけをせず，そうでないならば，官庁に働きかけを行う.

$x_0\notin[a,b]$ の場合は，政治家に働きかけると $x=\frac{x_A+p\beta x_I}{p\beta+1}$ となることを予測できる．この場合，$\alpha<p\beta$ であるならば，政治家に働きかけを，逆の場合は官庁に働きかけを行う方が高い効用を得られる.

第一段階で，官庁は，$\left|\frac{x_A+\alpha x_I}{\alpha+1}-x_A\right|>\left|\frac{x_A+p\beta x_I}{p\beta+1}-x_A\right|,\alpha<p\beta$ であれば，市民が政治家に働きかける方が，自分に働きかけられるよりも自分の理想点に近い結果が得られる．しかし，上の二つの条件が同時に満たされることはない．したがって，官庁にとって最適戦略は市民が自分に働きかけてきた場合に，最終的に調整する政策結果を最初から市民に与えることである．ただし，これでは，市民が政治家に働きかけを行い，政治家も官庁に指示を出してくるだろうという場合は，最初から，その場合に自分が調整するであろう政策結果を市民に与えることを選ぶ．よって,

if $\frac{x_A + \alpha x_I}{\alpha + 1} \notin [a,b], \alpha < p\beta, s_{A1} = \frac{x_A + p\beta x_I}{p\beta + 1}$

otherwise, $s_{A1} = \frac{x_A + \alpha x_I}{\alpha + 1}$

（証明終り）

命題 4．2．3．サンクションの大きさが官庁にとって不完備情報である市民（官庁よりも理想点大）の政策修正要求ゲームのベイズ完全均衡は,

if $p \le \frac{\alpha_{big}}{\alpha_{big} - \alpha_{small}}$,

$\{s_{A1}, s_{I=strong}, s_{I=weak}, s_{A2}, b_A(C = weak \mid A_I = x_{big})\} = \{x_A, x_{big}, x_{big}, a, p\}$

if $p > \frac{\alpha_{big}}{\alpha_{big} - \alpha_{small}}$,

$\{s_{A1}, s_{I=strong}, s_{I=weak}, s_{A2}, b_A(C = weak \mid A_I = x_{big})\} =$

$\{x_A, x_{big}, x_{big}, [\Pr(a) = (1-q), \Pr(d) = q], p\}$,

$q = \frac{(x_{big} - x_A)^2}{\{(x_{big} - x_A)^2 + \alpha_{big} - p(\alpha_{big} - \alpha_{small})\}}$

（証明）

市民が大きなサンクションをかけられるタイプであるならば，常に大きな政策修正を要求してくる．よって，市民が小規模な政策の修正を要求してきたならば，その市民は強いサンクションをかけられないタイプであることがわかる．

$\Pr(C = weak \mid A_C = small) = 1$

大きな政策修正を要求してきた場合，それは強いタイプなのかもしれないが，弱いタイプであるかもしれない．

分割均衡が成立している，つまり弱いタイプのものが小規模な政策修正を要求しているとする．そのとき，弱いタイプの市民は戦略を変更する誘因を持たないかを確認すると，戦略を変更することにより，次の効用を得る．

$$-(x_{big} - x_I)^2 + (x_{small} - x_I)^2 > 0 \quad (1)$$

したがって，分割均衡は成立しない．

非分割均衡では，官庁の市民のタイプについての予測は更新されない．弱い，強いタイプであるという初期予測をそれぞれ，$p, 1-p$ とする．この場合，弱いタイプの市民は，大きな政策変更を要求することで，官庁がそれを受け入れる可能性がなければならない．その条件は,

$$-(1-p)\alpha_{big} - p\alpha_{small} \le 0$$

$$p \le \frac{\alpha_{big}}{\alpha_{big} - \alpha_{small}} \quad (2)$$

この条件が成り立っているとしたら，どちらのタイプも大きな政策変更を要求してきたときに，官庁はそれを受け入れる．官庁が受け入れるのであれば，弱いタイプの市民も大きな政策変更を要求することで正の効用を得る．

（1）式（2）式がともに同時に成り立たない場合には，弱いタイプの市民が混合戦略を取る準分割均衡が成立するが，（1）式は常に成立するので，準分割均衡は成り立たない．（2）式が成立しない場合，官庁は大きな政策変更要求を拒絶することから正の効用を得るので，一定の確率qで拒絶を行う．

$$-(1-q)(x_{big} - x_A)^2 = q\{-(1-p)\alpha_{big} - p\alpha_{small}\}$$

$$q = \frac{(x_{big} - x_A)^2}{\{(x_{big} - x_A)^2 + \alpha_{big} - p(\alpha_{big} - \alpha_{small})\}}$$

この場合でも，どちらのタイプの市民も常に大規模な政策修正を要求する．

（証明終り）

命題４．２．４．サンクションの大きさが官庁にとって不完備情報である市民（政治家よりも理想点小）の政策修正要求ゲームのベイズ完全均衡は，

$$\begin{aligned}
&\text{if } \ I = strong, \\
&\{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{0, (C, x_{big}), d, a, p\} \\
&\text{if } \ I = weak, \\
&\{s_{A1}, s_I, s_C, s_{A2}\} = \{0, (C, x_{small}), d, a, p\} \\
&b_A(I = strong \mid s_I = (C, x_{big}), s_C = d) = 1 \\
&b_A(I = strong \mid s_I = (A, x_{big})) = 0
\end{aligned}$$

（証明）

官庁は現状を議会の理想点に十分近いものとすれば，次の条件を成立させられる．

$$(x_{big})^2 > \chi_{small} + x_0^2$$

この場合，

$$s_C = \begin{cases} n \ \text{if} \ \ A_{I=weak} = x_{big} \\ d \ \ \text{otherwise} \end{cases}$$

となるので，市民のタイプについての予測を次のように更新できる．
$\Pr\left(I = weak \mid A_I = x_{small}\right) = 1$
$\Pr\left(I = strong \mid A_C = d\right) = 1$
よって，強いタイプの市民は政治家に要求を行うことで，自分が強いタイプであることを確実に官庁に知らせることができる．確実に自分のタイプを官庁に伝えることは，官庁がそのことを知らないがゆえに，大きな政策修正要求を拒絶することをなくすので，強いタイプの市民の利益にも合致する．したがって，この場合，強いタイプの市民は必ず政治家に大きな政策修正の要求を行う．すると，さらに官庁は次のように予測を更新できる．

$$\Pr\left(I = strong \mid A_I = A, x_{big}\right) = 0$$

したがって，この場合，弱い市民は官庁に直接，大きな政策修正をしたとしても，自分が弱いタイプであるということを官庁に知られる．そこで最初から政治家に小さな政策修正を要求することを選ぶ．
官庁にとっても，このように市民のタイプの分離を成立させることは利益になる．そこでこの均衡を成立させるように，現状を選ぶ．政治家へのサンクションの大きさを知らない以上，その確実な方法は，政治家の理想点を現状とすることである．
（証明終り）

命題 4．2．5．のゲームフォーム

$N = \{A, C, I\}$
$A_A = p_A \in X$
$A_C = \{m \in X, \varnothing\}$
$A_I = \{a, d\}, \mathrm{a} = \mathrm{accept}, \mathrm{d} = \mathrm{decline}$
$\Omega = \{(p_A, p_C, a); (p_A, p_C, d)\}$

$$\Phi = \begin{Bmatrix} p_A \mid \Omega = (p_A, p_C, d) \\ p_A + m \mid \Omega = (p_A, p_C, a) \end{Bmatrix}$$

命題 4．2．5．不完全情報としての官庁の行動，政治家によるコントロール，市民による評価の政策選択ゲームのベイズ完全均衡は，

$$\begin{aligned}&\text{when } x_I > x_A, \{s_A, s_C, s_I, b_I(p_A)\} = \{x_A, \varnothing, \varnothing, x_A\}\\&\text{when } x_I < 0, \{s_A, s_C, s_I, b_I(p_A)\} = \{0, \varnothing, \varnothing, 0\}\\&\text{when } 0 \le x_I \le x_A,\\&\{s_A, s_C, s_I\} = \{\min(2x_I, x_A), \varnothing, \varnothing\}; b_I(p_A) = \begin{cases} m \text{ if } p_C > 4x_I \\ [2x_I, 4x_I] \text{ if } m = 4x_I \\ [0, 2x_I] \text{ otherwise}\end{cases}\end{aligned}$$

（証明）

（1）$x_I > x_A$の場合， for $\forall A_C$, $s_I = d$．したがって，議会は政策変更を行わない．

（2）$x_I < 0$の場合， for $\forall A_C$, $s_I = a$．したがって， $s_C = 0$．

（3）$0 \le x_I \le x_A$の場合．官庁の政策の位置がどこであるかにより，議会のタイプが異なると考える．
分割均衡が成立するとしたら，市民は次のように官庁の政策の位置の予測を更新する．

$$\mu(p_A \mid p_C = m) = -m$$

よって，市民の最適戦略は,

$$s_I = \begin{cases} a \text{ if } x_I \ge \dfrac{m}{2} \\ d \text{ if } x_I < \dfrac{m}{2}\end{cases}$$

しかし， $p_A < 2x_I$のタイプの議会は，そのタイプにかかわらず， $m = -2x_I$を提案することで，市民の受け入れを得ることができる．この提案をした場合，市民が政策変更を受け入れるならば，政策を変更した方が効用が上昇する議会は， $p_A \in [x_I, 2x_I]$のタイプである．市民は$m = -2x_I$を受け取ったとき，議会のタイプを$p_A \in [x_I, 2x_I]$であると考える．この予測のもとでは， $m = -2x_I$ の提案を受け入れない方が市民の効用は高い．同様に， $p_A \in [x_I, 2x_I]$のタイプの議会が自分のタイプを偽ることで，政策を変更する可能性が全くないといえるのは， $m \le -4x_I$ の提案を受け取ったときに限られるようになる． $p_A \in [2x_I, 4x_I]$のタイプの議会は， $p_A \in [x_I, 2x_I]$のタイプの議会との混同を避けるためには， $m = -4x_I$ の提案を行う．
第一段階で，官庁は，現状が維持される範囲の中で最も自分の理想点に近い$p_A = 2x_I$を提案する．
（証明終り）

命題4．3．1．官庁と市民のルール維持・遵守のゲームにおいて市民のタイプが（3）である場合のナッシュ均衡は,

$$3;\{s_A, s_C\} = \{(\Pr(e) = p^*, \Pr(l) = 1 - p^*), (\Pr(o) = q^*, \Pr(v) = 1 - q^*)\};$$
$$p^* = \frac{d_2 - c_2}{d_2 - c_2 + a_2 - b_2}, q^* = \frac{b_1 - d_1}{b_1 - d_1 + c_1 - a_1}$$

（証明）
A が e を選ぶ確率を p，l を選ぶ確率を 1-p ，C が o を選ぶ確率を q，v を選ぶ確率を 1-q とする．
A がそれぞれの選択肢を選ぶ場合の期待効用は,

$$Eu_A(e) = qa_1 + (1 - q)b_1$$
$$Eu_A(l) = qc_1 + (1 - q)d_1$$

ここで,

$$\text{if} \quad q = q^*, Eu_A(e) = Eu_A(l)$$
$$\text{if} \quad q > q^*, Eu_A(e) < Eu_A(l)$$
$$\text{if} \quad q < q^*, Eu_A(e) > Eu_A(l)$$

したがって，q*よりも市民がルールの遵守を大きな確率で選ぶならば，官庁はルールの維持活動を行わないことを常に選択することで，p*の確率でルール維持を行うよりも期待効用は大きくなる．官庁がルールの維持活動を常に行わないならば，オポチュニストである市民は q*よりもルールの遵守を多く選ぶことで期待効用を高めることはできない．同様に，q*よりも市民がルールの違背を大きな確率で選ぶならば，官庁はルール維持活動を常に行うことを選択することで，p*の確率でルール維持を行うよりも期待効用は大きくなる．官庁がルールの維持活動を常に行うならば，オポチュニストである市民は q*よりもルールの違背を多く選ぶことで期待効用を高めることはできない．したがって，市民は q*でルールの遵守を，1- q*でルールの違背を選ぶ戦略を自ら離れる誘因をもたない．官庁についても全く同じことがいえ，官庁は p*の確率でルールの維持活動を行い，1- p*の確率でそれを行わないという戦略から自ら離れる誘因をもたない．
（証明終り）

命題4．3．2．：オポチュニストの市民がタフかソフトか未知の官庁と対するルール維持・遵守ゲームのベイズ完全均衡は,

$$\text{when } \gamma > \frac{[u_C(O)-u_C(DN)]\cdot[u_C(BD)-u_C(I^*)]}{[u_C(BD)-u_C(DN)]\cdot[u_C(I)-u_C(I^*)]}$$
$$\{s_{C1},(s_{A=1},s_{A=2}),s_{C2},b_C(A=1,2\mid A_A)\}=\{o,(e,e),o,p\},$$
$$p>\bar{\gamma}_{crit}=\frac{u_C(BD)-u_C(I^*)}{u_C(I)-u_C(I^*)}$$
$$\text{when } \gamma < \frac{[u_C(O)-u_C(DN)]\cdot[u_C(BD)-u_C(I^*)]}{[u_C(BD)-u_C(DN)]\cdot[u_C(I)-u_C(I^*)]}$$
$$\{s_{C1},(s_{A=1},s_{A=2}),s_{C2},b_C(A=1,2\mid A_A)\}=\{i,(e,[(1-q)l,qe]),[ri,(1-r)o],\bar{\gamma}_{crit}\},$$
$$q=\frac{\gamma[u_C(I)-u_C(BD)]}{(1-\gamma)[u_C(BD)-u_C(I^*)]}$$
$$r=\frac{u_A(DN)-u_A(BD)}{u_A(I^*)-u_A(BD)}$$

（証明）

官庁がソフトなタイプである場合に違背を見逃される場合の効用を$u_C(I^*)$として*をつけて区別する.

ステージ 3 での市民が，その時点で更新した官庁のタイプについての予測を，タフなタイプであるという確率を$\bar{\gamma}$とすると，次の条件を満たすとき，ルールを守るか守らないかどちらの選択肢を選ぶことも無差別になる.

$$\bar{\gamma}u_C(I)+(1-\bar{\gamma})u_C(I^*)=u_C(BD)$$
$$\bar{\gamma}=\frac{u_C(BD)-u_C(I^*)}{u_C(I)-u_C(I^*)}$$

この閾値$\bar{\gamma}_{crit}$よりも$\bar{\gamma}$が大きければ市民は警告を受けルールを遵守することを，小さければ逆に違背を選択することを好む.

ステージ 2 での官庁は，タフなタイプである場合は，必ずルール維持活動を行うことを選択する．ソフトなタイプである場合，ルール維持活動を行えば市民がルールを遵守するようになると予測できるのならば維持活動を行うことを，そうでなければ行わないことを好む．市民が警告にもかかわらずルールの違背を続ける確率を r として，ソフトなタイプがルール維持活動をするのもしないのも無差別になる条件を求めると，

$$u_A(DN)=ru_A(I^*)+(1-r)u_A(BD)$$
$$r=\frac{u_A(DN)-u_A(BD)}{u_A(I^*)-u_A(BD)}$$

もし，市民が警告にもかかわらず違背を続ける確率がこの r よりも大きいならば，ソフトな官庁は最初からルールの違背を見逃すことを選ぶ．これよりも小さいならば，ルールの維持活動を選択する.
市民がこのような r による混合戦略をとれば，ソフトな官庁はルールの維持活動をすることもしないこ

とも無差別になる．そのような混合戦略が官庁のタイプについての信念によって支えられる条件を考える．市民の官庁がタフなタイプであるという初期信念をγ，ソフトな官庁がルール維持活動を行う確率を q とすると，

$$\begin{aligned}
\bar{\gamma}_{crit} &= \frac{\Pr(A=1)\Pr(e \mid A=1)}{\Pr(A=1)\Pr(e \mid A=1)+\Pr(A=2)\Pr(e \mid A=2)} \\
&= \frac{\gamma(1)}{\gamma(1)+(1-\gamma)q} \\
q &= \frac{\gamma(1-\bar{\gamma}_{crit})}{\bar{\gamma}_{crit}(1-\gamma)} \\
&= \frac{\gamma[u_C(I)-u_C(BD)]}{(1-\gamma)[u_C(BD)-u_C(I^*)]}
\end{aligned}$$

ここで，$\gamma > \bar{\gamma}_{crit}$ である場合，q が 1 以上になってしまうので，初期信念がこの閾値を越えている場合，

この混合戦略はとられない．この場合市民は常に最初から警告を受けたらルールを遵守する．ルールへの違反を試みても結局はルールに従うことを選ばざるを得ないのならば，この場合，市民は最初からルールに従うことを選ぶ.

$\gamma < \bar{\gamma}_{crit}$ である場合，市民は最初からルールに従うか，それともルールへの違背を試みるかを次のように選択する．ルールに違背し官庁がそれを是正しようとしてきた場合，上にみたように市民はルールを守るのも守らないのも無差別であるので，ここではルールを守る場合の効用を得ることとしておく．下の条件が満たされるとき，市民は最初からルールに従うことを選ぶ[2].

$$\begin{aligned}
u_C(O) &> \gamma u_C(BD)+(1-\gamma)[qu_C(BD)+(1-q)u_C(DN)] \\
\gamma &> \frac{u_C(O)-u_C(DN)}{u_C(BD)-u_C(DN)}\bar{r}_{crit}
\end{aligned}$$

この条件が成り立たない場合は，オポチュニストの市民は最初にルールを違背することを選ぶ.
（証明終り）

命題 4．3．3．官庁による威嚇としての取り締まりゲームにおける官庁の戦略と市民の官庁の摘発費用についての予測は，

[2] 市民が最初からルールに従う場合，市民は官庁の警告を受けて選択を行う機会は回ってこない．このような均衡経路からはずれた場合の信念は，ベイズ完全均衡においては自由に選んでかまわない．したがって命題にあげた以外の信念によってもこの一つ目の均衡は成立する．しかし初期信念において相手はタフな官庁であると考えた市民が，ルールを違背してみて，相手のタイプを確かめる機会を使わなかったのに，官庁がそれほどタフではないという方向に信念を更新するとは考えがたいので，命題にあげたような信念をもつものとここでは考えておいた．このような均衡経路をはずれた場合の信念についてそれを制限するのは，sequential equilibrium(Kreps and Wilson 1982)などの考え方である．このような信念の制限は，近年のゲーム理論の一つの理論的に重要な論点だが，ここではこれ以上，立ち入らない.

$$\text{when } 0 < x + \frac{a}{2} < 1, s_A = \begin{cases} e, \text{ if } c < x + \dfrac{a}{2} \\ l, \text{ if } c > x + \dfrac{a}{2} \end{cases}; b_C(c \mid e) = \frac{x}{2} + \frac{a}{4}; b_C(c \mid l) = \frac{1}{2} + \frac{x}{2} + \frac{a}{4}$$

$$\text{when } x + \frac{a}{2} \le 0, s_A = l; b_C(c \mid e) = \forall c \in \left(\frac{x}{a} + \frac{1}{2}, 1\right]; b_C(c \mid l) \in [0,1],$$

$$\text{when } 1 \le x + \frac{a}{2}, s_A = e; b_C(c \mid e) \in [0,1]; b_C(c \mid l) \forall c \in \left(\frac{1}{a} - \frac{x}{a} + \frac{1}{2}, 1\right]$$

（証明）

威嚇効果は次のように捉えられる．軽微な違背への取締りを行った後の市民の官庁の取締り費用の予測をc_e，軽微な違背を取り締まらなかった場合はc_lとする．すると，次の条件が成り立つ場合，官庁は軽微な違背を取り締まる．

$$x - c + a(1 - c_e) > a(1 - c_l)$$
$$\therefore x + a(c_l - c_e) > c$$

官庁がそれ以上費用が高ければ取締りを行わない閾値を$c^* = x + a(c_l - c_e)$とする．官庁は取締り費用がこの閾値より高ければ取締りをせず，これより低ければ取締りを行う．

（1）$0 < c^* < 1$の場合；上の戦略を官庁がとってくることを考慮して，市民の官庁の取締り費用についての予測は次のように更新される．軽微な違反を取り締まってくるということは，費用は 0 からc^*の間である．取り締まってこないのならば，費用はc^*から 1 の間である．したがって，

$$c_e = \frac{c^*}{2}, c_l = \frac{1 + c^*}{2}$$

これを$c^* = x + a(c_l - c_e)$に代入して，

$$c^* = x + \frac{a}{2}, c_e = \frac{x}{2} + \frac{a}{4}, c_l = \frac{1}{2} + \frac{x}{2} + \frac{a}{4}$$

（2）$c^* \le 0$の場合；官庁は軽微な違反を取り締まることはない．官庁が軽微な違反を全く取り締まらないならば，市民は費用は 0 から 1 の間であるとしか予測できない（追加情報を入手できない）．よって，$c_l = \dfrac{1}{2}$である．

次に，取締りをしてこないので，取締りをしてきた場合の更新した予測であるc_eをベイズルールによって算出することはできない．つまり取締りをすることはこの場合均衡経路からはずれるので，ベイズ完全均衡においては任意の信念を選べばよい．しかし，$c_l = \dfrac{1}{2}$，$x + a(c_l - c_e) < c^* \le 0$から，

$x + a\left(\frac{1}{2} - c_e\right) < 0$ をえる．

（3） $c^* > 1$ の場合；官庁は軽微な違反を必ず取り締まる．官庁が必ず軽微な違反を取り締まることから，市民は官庁の取締り費用は 0 から 1 の間であるという予測を更新することができない．よって，$c_e = \frac{1}{2}$ である．

取締りをしないことは均衡経路外なので，c_l についてはベイズ完全均衡においては任意のものでよい．

しかし $x + a(c_l - c_e) > c \geq 1$ と $c_e = \frac{1}{2}$ から，$x + a\left(c_l - \frac{1}{2}\right) > 1$ をえる．

（証明終り）

命題 4．3．4．他の市民の行動をみて行動を市民が変化させていくゲームにおける帰結は次の通りである．

$\alpha^* = \frac{1 - 2\gamma + 2\gamma s}{s^2}$ である場合は，初期の人口分布が維持される．初期にこれ以上のルール違背者が存在していれば，最終的には全員がルールに違背するようになる．この場合違背者の割合は一世代ごとに $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\alpha(1-\alpha)\left[s^2\alpha + 2\gamma(1-s) - 1\right]}{(1-\alpha s)^2}$ ずつ上昇していく．初期にこれ以下のルール違背者しか存在しない場合は，最終的には全員がルールを遵守するようになる．

（証明）

初期のルール遵守，違背の分布とその後の摘発によって，母集団中，ルールを遵守するもの，違背するものの割合はそれぞれ次のようになる．

$$Fr_o = \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha(1-s)}, Fr_i = \frac{\alpha(1-s)}{1-\alpha+\alpha(1-s)}$$

よって，自分以外の二者がともにルールを遵守している確率，一方が遵守，他方が違背している確率，ともにルールに違背している確率は，それぞれ次のようになる．

$$Fr_{oo} = \frac{(1-\alpha)^2}{(1-\alpha s)^2}, Fr_{oi} = \frac{2\alpha(1-\alpha)(1-s)}{(1-\alpha s)^2}, Fr_{ii} = \frac{\alpha^2(1-s)^2}{(1-\alpha s)^2}$$

二者が同じ行動をとっていればそれに行動を合致させ，異なる場合には γ の確率でルールの違背を選ぶとしたら，次の世代におけるルール違背者の割合は，

$$Fr_i' = Fr_{ii} + \gamma Fr_{oi} = \frac{\alpha(1-s)\left[\alpha(1-s) + 2\gamma(1-\alpha)\right]}{(1-\alpha s)^2}$$

ルール遵守者の割合は,

$$Fr_o{}' = Fr_{oo} + (1-\gamma)Fr_{oi} = \frac{(1-\alpha)[(1-\alpha)+2\alpha(1-\gamma)(1-s)]}{(1-\alpha s)^2}$$

世代ごとにルール違背者が上昇する割合は,

$$\frac{d\alpha}{dt} = Fr_i{}' - Fr_i = \frac{\alpha(1-s)[\alpha(1-s)+2\gamma(1-\alpha)]}{(1-\alpha s)^2} - \alpha = \frac{\alpha(1-\alpha)[s^2\alpha+2\gamma(1-s)-1]}{(1-\alpha s)^2}$$

これを $f(\alpha)$ とする．固定点は $f(\alpha)=0$ より，$0<\alpha<1$ においては,

$$\alpha^* = \frac{1-2\gamma+2\gamma s}{s^2}$$

この固定点が初期のルール違背者の割合である場合，システム全体も変化しない．つまり，ルール違背者の割合は増えも減りもしない．しかし，この固定点は不安定である．つまりこの固定点より少しαが大きくても，あるいは小さくても，システム全体は安定しない．なぜなら,

$$f'(\alpha) = \frac{g'(\alpha)(1-\alpha s)^2 + g(\alpha)(2s^2\alpha - 2s)}{(1-\alpha s)^4}$$

$$g(\alpha) = -s^2\alpha^3 + [s^2 - 2\gamma(1-s)+1]\alpha^2 + [2\gamma(1-s)-1]\alpha$$

であり，$f'(\alpha^*) \neq 0$ だからである. 固定点よりもαが小さければ, 最終的にはルールの違背者は消滅し,

固定点よりもαが大きければ最終的にはルールの遵守者が消滅してしまう.
（証明終り）

命題 4.3.5　不完備情報（市民のタイプ）ルール維持ゲームのナッシュ均衡は,
when $a \geq q(c+f), \{s_{C=Q}(\alpha), s_{C=R}(\alpha), s_A(\beta)\} = \{0,0,0\}$
when $a < q(c+f), \{s_{C=Q}(\alpha), s_{C=R}(\alpha), s_A(\beta)\} = \left\{\frac{c+f-a}{c+f}, 0, \frac{c}{c+f}\right\}$

（証明）
該当の申告に対して，官庁は調査しないことが支配戦略である．したがって，市民は自らが申告すれば，調査は行われないと予測できる．
官庁は非該当の申告に対し，調査を行えば，調査費用 a を用いて，q の確率で税と追徴金(c+f)を得られる可能性があるが，何もしなければ利得は 0 である．したがって，前者のほうが期待効用が大きいのは，$a \geq q(c+f)$ の場合に限られる.
これが成り立たない場合，たとえ，調査の結果，違反を摘発できるとしても，それは割に合わない.
該当者の市民は，最初から申告すれば，確実に-c のコストがかかる．非該当とすれば，βの確率で c+f を失うが，1-βの確率でコストは 0 となる．したがって，該当者の市民は，官庁が調査を行いうる場合，$\frac{c+f-a}{c+f}$ の確率で，虚偽報告を行う.

官庁はこれに対して，$\frac{c}{c+f}$ の確率で調査を行うことが最適応答となる.

（証明終り）

命題 4．4．2．政府による権利の保護・侵害と市民による抵抗・甘受ゲームのサブゲーム完全均衡は,

（証明）

市民が権利侵害に抵抗するか，甘受するかについては，本文で述べたとおり.

政府が双方の市民の権利を侵害した場合に両者が協調して抵抗するという予測を $\alpha \in [0,1]$ とすると，次の条件が成り立つ場合，両方の侵害を選ぶ.

$$\alpha(-v)+(1-\alpha)t(b_1+b_2) > t[\max(b_1,b_2)]$$

$$\alpha < \frac{t[b_1+b_2-\max(b_1,b_2)]}{v+t(b_1+b_2)}$$

（証明終り）